

С. А. Зайцева
И. Б. Румянцева
И. И. Целищева

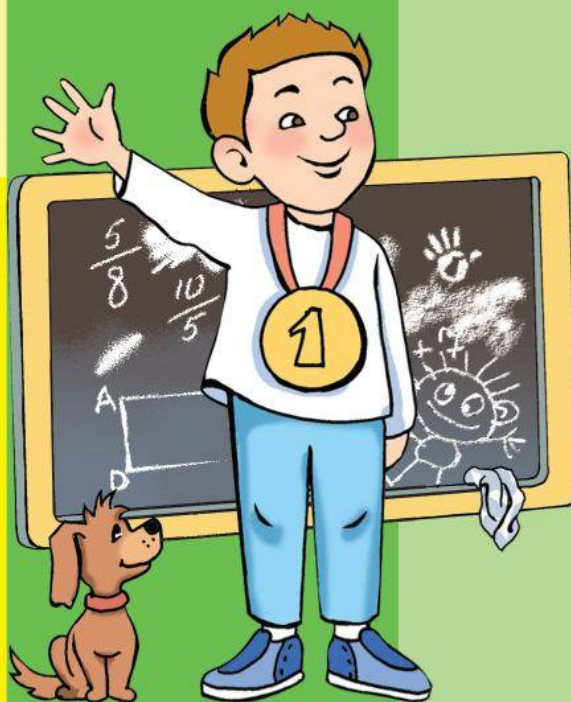
М

ЕТОДИКА

ОБУЧЕНИЯ
МАТЕМАТИКЕ
В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ



*Библиотека
учителя
начальной
школы*



ГУМАНИТАРНЫЙ
ИЗДАТЕЛЬСКИЙ
ЦЕНТР
ВЛАДОС

Библиотека учителя начальной школы

С.А. Зайцева
И.Б. Румянцева
И.И. Целищева

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Москва



2008

УДК 373.3.016:51
ББК 74.262.21
3-17

Зайцева С.А.

З-17 Методика обучения математике в начальной школе / С.А. Зайцева, И.Б. Румянцева, И.И. Целищева. — М. : Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2008. — 192 с. — (Библиотека учителя начальной школы).

ISBN 978-5-691-01635-6.

Агентство СІР РГБ.

Пособие раскрывает методику ознакомления учащихся с понятием «текстовая задача» в разных системах обучения, а также организацию творческой деятельности по формированию умения самостоятельно решать текстовые задачи на основе моделирования. Знакомит с теоретическими основами формирования вычислительных умений и навыков, показывает как организовать повторение при ознакомлении детей с новым вычислительным приемом.

Пособие адресовано учителям начальных классов, методистам, студентам педвузов и педколледжей, слушателям курсов повышения квалификации, родителям. Пособие может быть полезно в преемственном плане воспитателям дошкольных учреждений и учителям математики 5–7 классов.

УДК 373.3.016:51

ББК 74.262.21

© Зайцева С.А., Румянцева И.Б., Целищева И.И., 2008

© ООО «Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС», 2008

© Оформление: ООО «Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС», 2008

ISBN 978-5-691-01635-6

Учебное издание

**Зайцева Светлана Анатольевна, Румянцева Ирина Борисовна,
Целищева Ира Ивановна**

Методика обучения математике в начальной школе

Зав. редакцией *Л.Р. Новоселова*; редактор *Н.В. Королева*

Зав. художественной редакцией *И. А. Пшеничников*

Художник обложки *А.Г. Проскуряков*; компьютерная верстка *В.В. Гридчина*

Корректор *Т.Я. Кокорева*

Отпечатано с диапозитивов, изготовленных ООО «Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС».

Лицензия ИД № 03115 от 10.11.2000.

Санитарно-эпидемиологическое заключение № 77.99.60.953.Д.009475.08.07 от 10.08.2007 г.

Сдано в набор 25.11.06. Подписано в печать 06.03.07. Формат 60×88/16. Печать офсетная.

Бумага газетная. Усл. печ. л. 11,76. Тираж 10 000 экз. (1-й завод 1—3 000 экз.). Заказ № .

Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС, 119571, Москва, просп. Вернадского, 88.

Московский педагогический государственный университет.

Тел. 437-11-11, 437-25-52, 437-99-98; тел./факс 735-66-25.

E-mail: vlados@dof.ru <http://www.vlados.ru>

ООО «Великолукская городская типография». 182100, г. Великие Луки, ул. Полиграфистов, 78/12.

Тел./факс (811-53) 3-62-95. E-mail: zakaz@veltip.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
Введение	5
Глава 1. Методика формирования вычислительных навыков у учащихся начальных классов	7
Характеристика вычислительных навыков	7
Формирование вычислительных навыков на основе организации повторения	13
Анализ качества устных вычислительных навыков учащихся начальных классов	22
Карточки диагностики и профилактики ошибок в вычислениях	25
Глава 2. Методика решения текстовых задач	53
Ознакомление с понятием «задача»	53
Различные подходы к введению понятия «задача»	53
Понятие «задача» в системе Л.В. Занкова	60
Понятие «задача» в учебнике Н.Б. Истоминой	68
Простые задачи на сложение и вычитание	74
Задачи, раскрывающие конкретный смысл действий сложения и вычитания	74
Задачи, раскрывающие связь между компонентами и результатами действий сложения и вычитания	78
Задачи, раскрывающие понятие разности	82
Простые задачи на умножение и деление	90
Задачи, раскрывающие конкретный смысл действий умножения и деления	91
Задачи, раскрывающие понятие кратного отношения . . .	97
Задачи на увеличение и уменьшение числа в несколько раз, выраженные в косвенной форме	102
Задачи, раскрывающие связь между компонентами и результатами действий умножения и деления	104
Ознакомление учащихся с составной задачей	105
Формирование общего умения решать составные текстовые задачи	114
Восприятие и первичный анализ задачи	115
Моделирование ситуации, описанной в задаче	120
Поиск решения задачи и составление его плана	130
Различные формы записи решения задачи	148
Проверка решения задачи	149
Запись ответа задачи	156
Методика работы над нестандартными задачами	157
Решение задач с помощью уравнений	168
Методика работы над задачами с пропорциональными величинами	172
Виды дополнительной работы с решенной задачей	188
Литература	190

ПРЕДИСЛОВИЕ

Хорошо известно, что сформировать у ребенка навык выполнения арифметических действий и записи их результатов¹ — задача, которая требует специальных учебных средств. Намного труднее научить решению текстовых задач, основанных на **проектировании** и выполнении **систем** действий. Для этого нужно развить целый ряд интеллектуальных умений, ведущих, в конечном счете, к качественно новому уровню проявления способности к анализу и синтезу. Естественным и необходимым средством для этого и одновременно способом определения степени развитости таких способностей является отношение к текстовым задачам.

В настоящем пособии подробно раскрываются принципы и методы обучения детей решению текстовых задач. Наряду с традиционными в нем рассматриваются и новые подходы, ориентированные на развивающее обучение. Заметное место в пособии занимают разработки, осуществлявшиеся в течение ряда лет И.И. Целищевой, а также Д.С. Фониным. Особое внимание уделяется методике С.Ф. Горбова и др., применяемой в обучении математике по системе Эльконина—Давыдова. Эта методика основывается на использовании общей и продуктивной формы схематизации систем действий и понимании того, что большинство «естественных» текстовых задач связано с прямыми и обратными пропорциональными зависимостями. Предлагаемая форма схематизации открывает прямой путь к алгебраическому уровню подхода к задаче, несущему целостное представление рассматриваемой в ней ситуации и обобщенный способ ее решения, обыгрывающий эту целостность.

Пособие, безусловно, будет полезно учителям начальной школы и работникам дошкольных учреждений.

С. Коголовский

¹ В виде арифметических формул, которые являются примерами специфического знакового значения, которое в отличие от других типов заместителей (предметных, символических и т.п.) всегда фиксирует синтез разного типа содержаний. Учебная задача, соответствующая условию такого содержания, является искусственной: в том смысле, что она не существует вне обучения как определенная сложившаяся конкретная деятельность с определенными конкретными примерами, а конструируется специально в целях обучения. (И.И. Целищев. Педагогический анализ и конструирование способов решения учебных задач // Педагогика и логика (сб. статей). М., 1993.)

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на изменение образовательной парадигмы, ориентацию на деятельностный подход в обучении, наличие большого количества разнообразных учебников и пособий, одной из главных задач обучения математике в начальных классах было и остается формирование у учащихся прочных и осознанных вычислительных навыков. Именно на их основе становится возможным изучение базовых математических понятий в основной школе. Наличие хороших вычислительных навыков у учащихся к 5 классу является залогом дальнейшего успешного обучения.

В последнее время все чаще заходит речь не только о наличии у учеников предметных знаний, умений и навыков, но и о развитии элементов математической культуры. В начальной школе особое внимание уделяется работе над формированием одного из ее аспектов — вычислительной культуры. По мнению специалистов в области методики преподавания математики, о ее характере можно судить по умениям:

- производить устные и письменные вычисления;
- рационально организовывать ход вычислений;
- убеждаться в правильности полученных результатов.

Осознанные вычислительные навыки не только являются составной частью вычислительной культуры ребенка. Они служат необходимым условием ее совершенствования на протяжении всего процесса освоения математики, как в школе, так и в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности. В связи с этим на плечи учителя начальных классов ложится трудная и ответственная задача по развитию прочных вычислительных навыков. Кроме того, начальный курс математики направлен на формирование у учащихся умения решать арифметические текстовые задачи, что является одним из основных показателей уровня математического развития, глубины усвоения учебного материала.

Программа начальной школы требует достижения детьми определенного уровня самостоятельности в решении текстовых задач. Каждый ученик должен уметь кратко записать ее, обосновать каждый шаг в анализе и решении, проверить правильность решения. Однако, как показывает практика, требования программы выполняются далеко не полностью. Наши исследования свидетельствуют о том, что многие ученики самостоятельно не справляются с решением

текстовых задач, допускают ошибки в выборе арифметических действий. Для устранения проблемы используются различные методические приемы: представление жизненной ситуации, мысленное участие в ней, разбиение текста задачи на смысловые части и др. Чтобы каждый ученик смог выделить все отношения при первичном анализе задачи, их **нужно увидеть**. Поэтому одним из основных приемов является моделирование, которое помогает не только понять задачу, но и найти рациональный способ ее решения. Как отмечает Л.М. Фридман, «проблема моделирования в учебной деятельности имеет два аспекта: оно служит, *во-первых*, тем содержанием, которое должно быть усвоено учащимися в результате учебной деятельности, тем способом познания, которым они должны овладеть, и, *во-вторых*, одним из основных учебных средств, с помощью которого только и возможно формирование полноценной учебной деятельности». (44, с.73)

В пособии обобщен опыт организации деятельности учащихся в процессе формирования вычислительных навыков, ознакомления с понятием «текстовая задача», обучения решению задач по традиционной и альтернативным программам. Он накоплен преподавателями Шуйского государственного педагогического университета и Ивановского педагогического колледжа (Дружининой И.В., Тютевой Т.В. и др.), большим числом учителей-практиков.

ГЛАВА 1.

МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ У УЧАЩИХСЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

ХАРАКТЕРИСТИКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ

Вычислительный навык — это высокая степень овладения вычислительными приемами. Приобрести вычислительные навыки — значит для каждого случая знать, какие операции и в каком порядке следует выполнять, чтобы найти результат арифметического действия, и производить эти операции достаточно быстро.

Полноценный вычислительный навык в методике математики традиционно характеризуется следующими качествами: правильностью, осознанностью, рациональностью, обобщенностью, автоматизмом и прочностью. Дадим характеристику выделенных признаков на основе материала из методических работ М.А. Бантовой.

Правильность: ученик правильно находит результат арифметического действия над данными числами, т.е. правильно выбирает и выполняет операции, составляющие прием.

Осознанность: ученик понимает, на основе каких знаний выбраны операции и установлен порядок их выполнения. Это служит доказательством правильности выбора системы операций. Осознанность проявляется в том, что ученик может объяснить, как он решил пример и почему можно так решать.

Рациональность: ученик, сообразуясь с определенными условиями, находит для конкретной ситуации более рациональный прием, т.е. выбирает из возможных операций те, выполнение которых легче и быстрее других приводит к результату арифметического действия. Естественно, что данное качество может проявляться тогда, когда для данного случая существуют разные пути нахождения результата, и ученик, используя различные знания, может вспомнить несколько приемов и выбрать наиболее рациональный. Как видим, рациональность непосредственно связана с осознанностью навыка.

Обобщенность: ученик может применить прием вычисления к большому числу случаев, способен перенести его на новые задания. Обобщенность, так же как и рациональность, теснейшим образом связана с осознанностью, поскольку единым для различных случаев вычисления будет прием, основа которого — одни и те же теоретические положения.

Автоматизм (свернутость): ученик выделяет и выполняет операции быстро и в свернутом виде, но всегда может вернуться к объяснению их выбора. Программа по математике для начальной школы предусматривает разную степень автоматизации выполнения арифметических действий. Высокая степень должна быть достигнута по отношению к табличным случаям ($5 + 3$, $8 - 5$, $9 + 6$, $15 - 9$, $7 \cdot 6$, $42 : 6$). Здесь необходим уровень, при котором ученик сразу же соотносит с двумя данными числами третье число (результат арифметического действия), не выполняя отдельных операций. По отношению к другим случаям происходит частичная автоматизация вычислительных навыков: ученик предельно быстро выделяет и выполняет систему операций, не объясняя, почему выбрал именно их и как выполнял каждую.

Следует отметить, что осознанность и автоматизм не являются противоречивыми качествами. Они всегда выступают в единстве: при свернутом выполнении операций осознанность сохраняется, но обоснование системы действий происходит в плане внутренней речи. Благодаря этому учащийся может в любой момент дать развернутое объяснение своего выбора.

Прочность: ученик правильно использует сформировавшиеся вычислительные навыки через длительное время.

В целях формирования осознанных, обобщенных и рациональных навыков начальный курс математики строится так, что изучение того или иного вычислительного приема происходит после того, как учащиеся усвоят материал, являющийся его теоретической основой. Например, сначала изучается распределительный закон умножения, а затем прием внетабличного умножения.

Теоретической основой вычислительных приемов служат определения арифметических действий, их свойства и следствия, вытекающие из них. В связи с этим выделяются **группы приемов**, имеющие общую теоретическую основу, предусмотренную действующей программой по математике для начальных классов.

1. Приемы, теоретической основой которых является конкретный смысл арифметических действий: приемы сложения и вычитания чисел в пределах 10 для случаев вида $a \pm 2$, $a \pm 3$, $a \pm 4$, $a \pm 0$;

прием нахождения табличных результатов умножения; прием нахождения табличных результатов деления (только на начальной стадии) и деления с остатком, присмы умножения на единицу и нуль.

Все они вводятся сразу после ознакомления учащихся с конкретным смыслом арифметических действий и готовят к усвоению их свойств. Хотя в основе некоторых из названных присмов лежат признаки арифметических действий (так, прибавление двух по единице выполняется на основе использования свойства прибавления суммы к числу), эта основа учащимся не раскрывается. Перечисленные приемы базируются на выполнении операций над множествами.

2. *Приемы, теоретической основой которых служат свойства арифметических действий.* К этой группе относится большинство вычислительных приемов. Прежде всего — сложение и вычитание для случаев вида $2 + 8$, 54 ± 20 , 27 ± 3 , $40 - 6$, $9 + 3$, $12 - 3$, 45 ± 7 , 50 ± 23 , 67 ± 32 , $74 + 18$, сложение и вычитание чисел больших, чем 100, письменное сложение и вычитание; умножение и деление для заданий типа: $14 - 5$, $5 - 14$, $81 : 3$, $18 - 40$, $180 : 20$; умножение или деление для чисел, больше 100, письменное умножение и деление.

Общая схема введения этих приемов одинакова: сначала изучаются соответствующие свойства, затем — приемы вычислений.

3. *Приемы, теоретической основой которых являются связи между компонентами и результатами арифметических действий.* К ним относятся приемы для случаев вида $9 - 7$, $21 : 3$, $60 : 20$, $54 : 18$, $9 : 1$, $0 : 6$. При их введении сначала рассматриваются связи между компонентами и результатами действий сложения или умножения, а затем — вычислительный прием.

4. *Приемы, теоретической основой которых является изменение результатов арифметических действий в зависимости от изменения одного из компонентов.* Это округление при выполнении сложения и вычитания чисел ($46 + 19$, $512 - 298$) и умножение и деление на 5, 25, 50. Их введение требует предварительного изучения соответствующих зависимостей.

5. *Приемы, теоретической основой которых являются вопросы нумерации чисел.* Это приемы для случаев вида $a + 1$, $10 + 6$, $6 + 10$, $16 - 10$, $16 - 6$, $57 - 10$, $1200 : 100$, а также аналогичные для больших чисел. Изучение данных приемов предусматривается после усвоения вопросов нумерации.

6. *Приемы, теоретическая основа которых — правила.* К ним относятся присмы для двух случаев: $a \cdot 1$ и $a \cdot 0$. Поскольку правила

умножения чисел на единицу и нуль есть следствия из определения действия умножения целых неотрицательных чисел, то они просто сообщаются учащимся и в соответствии с ними выполняются вычисления.

Методика работы над каждым отдельным приемом предусматривает ряд этапов.

1. Подготовка к введению нового приема. На этом этапе обеспечивается готовность к усвоению вычислительного приема. Учащиеся должны понять те теоретические положения, на которых основывается вычислительный прием, а также овладеть каждой операцией, составляющей его. Чтобы обеспечить соответствующую подготовку, надо проанализировать прием и установить, какими знаниями должен овладеть ученик и какие вычислительные навыки он уже приобрел. Например, можно считать, что учащиеся подготовлены к ознакомлению с вычислительными приемами для случаев $b \pm 2$, если они знают конкретный смысл действий сложения и вычитания, состав числа 2 и владеют вычислительными навыками сложения и вычитания для случаев вида $a \pm 1$. Показателем готовности к введению приема внетабличного умножения ($14 \cdot 5$) будет знание правила умножения суммы на число, десятичного состава чисел в пределах 100, овладением навыками табличного умножения, умножения числа 10 на однозначные числа, сложения двузначных чисел. Центральное звено в процессе подготовки к новому приему — овладение учеником основными операциями, которые войдут в него.

2. Ознакомление с вычислительным приемом. На этом этапе ученики осваивают вычислительный прием: какие операции надо выполнять, в каком порядке и почему именно так можно найти результат арифметического действия.

При введении большинства вычислительных приемов целесообразно использовать наглядность. Для приемов первой группы — оперирование множествами. Например, прибавляя к 7 число 2, придвигаем к 7 квадратам (кружкам и т.п.) 2 квадрата (кружка и т.п.) по одному. В ходе работы над приемами второй группы в качестве наглядности используется развернутая запись всех операций. Например, при введении приема внетабличного умножения выполняется такая запись: $14 \cdot 5 = (10 + 4) \cdot 5 = 10 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 70$. В ряде случаев наряду с ней используется и оперирование множествами (например, при ознакомлении с приемами сложения и вычитания в пределах 100). Выполнение каждой операции важно сопровождать устными пояснениями. Сначала они производятся под

руководством учителя, а затем учащиеся делают это самостоятельно. В пояснении указывается, какие необходимы операции, каков их порядок; называется результат каждой из них. при этом не раскрываются ранее изученные приемы, входящие в качестве операции в новый (основные операции). Например, прибавляя к 7 число 2, ученик так поясняет выполнение операций: «К семи прибавлю 1, получится 8; к 8 прибавлю 1, получится 9» (как прибавить 1 — не поясняется). При умножении чисел 14 и 5 пояснение будет следующим: замению число 14 суммой разрядных слагаемых 10 и 4, получится пример: сумму чисел 10 и 4 умножить на 5; умножим на 5 первое слагаемое — 10, получится 50, умножим на 5 второе слагаемое — 4, получится 20, сложим результаты 50 и 20, получится 70 (здесь не поясняется, как умножить 10 на 5, как умножить 4 на 5 и как сложить 50 и 20). Комментарий к выбору и выполнению операций приводит к пониманию сущности каждого шага и всего приема в целом, что в дальнейшем будет основой осознанных вычислительных навыков.

Степень самостоятельности учащихся должна возражать при переходе от приема к приему одной группы. Следует учитывать, что во многих случаях ученики могут без помощи учителя найти новый вычислительный прием и дать соответствующее обоснование. Например, установлено, что все приемы устных вычислений над числами в пределах 1000 учащиеся находят сами, поскольку они являются прямым аналогом присмов, изученных в концентре «Сотня» (сравнить: $94 + 7$ и $90 + 70$, $8 \cdot 4$ и $80 \cdot 4$ и т.п.). Значительно повышается уровень самостоятельности школьников в «открытии» новых присмов, если используются «предписания — планы» (Л.Н. Ланда). Например, при изучении сложения и вычитания в пределах 100 учащимся можно предложить руководствоваться при вычислении такой последовательностью: заменить одно из чисел суммой удобных слагаемых (часто удобными являются разрядные слагаемые), назвать, какой получился пример, и решить его оптимальным способом. Умение пользоваться планом способствует нахождению учащимися различных вычислительных приемов для новых случаев, что является предпосылкой образования рациональных навыков и вместе с тем формирования осознанности и обобщенности вычислительного навыка.

3. Закрепление знания приема и выработка вычислительного навыка. На этом этапе учителю важно предусмотреть ряд стадий становления у детей вычислительных навыков.

На *первой стадии* закрепляется знание приема: учащиеся самостоятельно выполняют все операции, составляющие его, комментируя каждое действие вслух и одновременно производя развернутую запись, если она была предусмотрена на предыдущем этапе. Таким образом, ученики выполняют самостоятельно то, что на предыдущем этапе делали под руководством учителя. Подробное объяснение и развернутая запись позволяют им осознанно усвоить вычислительный прием. Начинается эта стадия, как правило, на том же уроке, на котором учитель знакомит детей с новым приемом. Заметим, что не следует слишком долго задерживаться на этой стадии, так как школьники настолько привыкают к подробной записи и подробному объяснению, что всегда пользуются ими, а это сдерживает свертывание операций.

На *второй стадии* происходит **частичное свертывание выполнения операций**: учащиеся про себя выделяют их, обосновывают выбор и порядок работы, вслух же проговаривают выполнение основных действий, т.е. промежуточных вычислений. Надо специально учить детей выделять основные операции в каждом вычислительном приеме. Так, при формировании навыка внетабличного умножения учитель на этой стадии просит, чтобы при умножении, например, 27 на 3 учащиеся про себя заменили число суммой разрядных слагаемых (20 и 7). Мысленно представим пример (сумму чисел 20 и 7 умножить на 3), а вслух объяснили, как удобнее его решить, называя только, над какими числами и какие арифметические действия они выполняют. Например, 20 умножить на 3, получится 60; 7 умножить на 3, получится 21, к 60 прибавить 21, получится 81. Развернутая запись при этом не делается. Сначала комментарий ведется под руководством учителя, а затем самостоятельно. Проговаривание вслух помогает выделить и подчеркнуть основные операции, а выполнение про себя вспомогательных действий способствует их свертыванию.

На *третьей стадии* происходит **полное свертывание выполнения операций**: учащиеся про себя выделяют и выполняют все действия, т.е. происходит свертывание основных операций. Чтобы добиться этого, надо и на данной стадии руководить деятельностью учащихся: учитель предлагает детям выполнять про себя и промежуточные вычисления (основные операции), а называть или записывать только окончательный результат. Свертывание основных операций будет несколько отставать от свертывания вспомогательных (их свертывание началось на предыдущей стадии), благодаря чему основные операции будут актуализироваться: ученики воспроизведут именно

те действия, выполнение которых позволит им правильно и быстро найти результат. Акцентуация основных операций и выполнение их в свернутом плане и есть собственно вычислительный навык.

На *четвертой стадии* наступает предельное **свертывание выполнения операций**: учащиеся производят все действия в свернутом виде, предельно быстро, т.е. овладевают вычислительными навыками. Это достигается в результате выполнения достаточного числа тренировочных упражнений.

На всех стадиях формирования вычислительного навыка решающую роль играют упражнения на применение вычислительных приемов, причем содержание заданий должно подчиняться целям, которые ставятся на соответствующих стадиях. Важно, чтобы:

- было достаточное число упражнений при отработке вычислительного навыка;
- они были разнообразными как по числовым данным, так и по форме;
- в заданиях предусматривались аналогии и предлагались упражнения на сравнение приемов, сходных в том или ином отношении.

Названные стадии не имеют четких границ: одна постепенно переходит в другую. Надо иметь в виду, что свертывание выполнения операций не у всех учащихся происходит одновременно, поэтому важно время от времени возвращаться к полному объяснению и развернутой записи. Продолжительность каждой стадии определяется сложностью приема, подготовленностью учащихся и поставленными целями.

ФОРМИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ НА ОСНОВЕ ОРГАНИЗАЦИИ ПОВТОРЕНИЯ

Отечественные психологи и методисты отмечают, что в повторяющихся однотипных рассуждениях часто выпадают промежуточные звенья и, как показывает практика, прежде всего, обосновывающие элементы. Поэтому при формировании вычислительных навыков необходимо периодически возвращаться к объяснению использованного приема и правильно выстраивать повторение материала для того, чтобы предупредить забывание и проявление формализма в навыках и знаниях.

Такие психологи, как Н.А. Менчинская, Д.Н. Богоявленский и другие, указывают, что у учащихся при выполнении однотипных

упражнений сохраняются оперативные элементы рассуждений и у учителей иногда складывается неправильное представление об ускорении свертывания пояснений. Как точно отмечено Н.В. Метельским, сокращение рассуждений — «это сугубо индивидуальный процесс, и у каждого ученика он должен наступить естественно, на соответствующем этапе овладения им данной математической структурой без преждевременного навязывания извне»¹.

Навыки формируются и закрепляются путем упражнений, которые должны составлять четкую систему последовательно усложняющихся заданий, а не быть случайным набором однотипных действий. Процесс формирования навыков, усвоения знаний тесно связан с процессом учения. Запоминание проходит лучше, если ученик проявляет активность, если знает, что должен делать, каких результатов добиться и если осознает ошибки и стремится к их исправлению.

Существенным компонентом обучения является повторение — важнейшее условие прочного и глубокого усвоения знаний, формирования умений и навыков. Для образования новых представлений в коре головного мозга обычно требуется несколько повторений. Но их роль не должна сводиться только к упрочению знаний. Необходимо так организовать повторение, чтобы ученик открывал все новые грани, осознавал важность получаемой информации. На большое значение повторения в учебном процессе указывал великий русский педагог К.Д. Ушинский: «Воспитатель, понимающий природу памяти, будет беспрестанно прибегать к повторению не для того, чтобы починить развалившееся, но для того, чтобы укрепить здание и вывести на нем новый этаж. Понимая, что всякий след памяти не только след простейшего ощущения, но в то же время и сила для преобразования нового, воспитатель будет беспрестанно заботиться о сохранности этих сил, так как в них лежит залог для приобретения новых сведений. Всякий шаг вперед должен опираться на повторение прежнего»².

В связи с этим целесообразно остановиться на организации повторения на уроках математики, не только привычного обобщающего повторения, но и того, которое положено в основу овладения новым вычислительным приемом и способствует его прочному усвоению.

Анализ ошибок вычислительного характера при выполнении контрольных и самостоятельных работ в школах города Шуя и

¹ Метельский Н.В. Психолого-педагогические основы дидактики математики. — Минск, 1977. С. 76.

² Ушинский К.Д. Собрание сочинений. Т. 10. — М., 1950. С. 425.

других школах Ивановской области свидетельствует о важности предлагаемой методики. Рассмотрим примеры таких ошибок:

— на вычитание

$$\begin{array}{llll} 100 - 76 = 36; & 69 - 14 = 46; & 90 - 79 = 21; & 72 - 36 = 44; \\ 96 - 29 = 73; & 61 - 6 = 56; & 42 - 17 = 26; & 73 - 18 = 45. \end{array}$$

— на сложение (хотя их меньше)

$$56 + 34 = 80; \quad 26 + 54 = 79; \quad 39 + 4 = 42; \quad 24 + 38 = 61.$$

— на табличное умножение и деление

$$\begin{array}{llll} 7 \cdot 8 = 32; & 7 \cdot 8 = 48; & 54 : 9 = 4; & 48 : 6 = 9; \\ 3 \cdot 7 = 24; & 48 : 6 = 7; & 54 : 9 = 7; & 8 \cdot 6 = 32; \\ 54 : 6 = 8; & 81 : 9 \cdot 4 = 30; & 21 : 3 \cdot 7 = 36; & 45 : 5 \cdot 3 = 24. \\ 63 : 7 = 8; & 6 \cdot 6 : 4 = 5; & 9 \cdot 6 = 72; & \\ & 54 : 6 = 7; & 6 \cdot 4 = 22; & \end{array}$$

— на внетабличное деление

$$\begin{array}{ll} 46 : 23 = 4 (2 + 2); & 96 : 4 = 14 (40 : 4 = 10 \text{ и } 16 : 4 = 4); \\ 66 : 11 = 12 (6 + 6); & 75 : 3 = 15 (30 : 3 = 10 \text{ и } 15 : 3 = 5); \\ 88 : 2 = 90 (88 + 2 = 90); & 40 : 20 = 20; \\ 72 : 3 = 14; & 88 : 22 = 44; \quad 66 : 3 = 2 \quad 75 : 3 = 15; \\ 72 : 6 = 7; & (2 + 2); \quad 72 : 3 = 14. \end{array}$$

Наблюдались также ошибки на порядок действий. Иногда дети выполняют не все операции:

$$(56 + 34) : 18 = 90; \quad 4 \cdot 6 + 3 \cdot 12 = 36; \quad 67 + 91 : 7 = 13.$$

Несмотря на то, что мы попытались сгруппировать ошибки и систематизировать их, следует обратить особое внимание, что они носят, в основном, индивидуальный характер. Необходимым этапом в проведении коррекционной работы в данном направлении является диагностика причин появления ошибок. Работу по их выявлению невозможно построить исключительно на анализе контрольных, самостоятельных и домашних работ. Обычно по наличию в них ошибки нельзя однозначно утверждать, из-за незнания какого именно вычислительного приема она появилась. В то же время одно неверно выполненное задание на применение того или иного вычислительного приема еще не говорит о невладении им. Нужно предложить ученику ряд однотипных упражнений, составленных таким образом, чтобы требовалось применить определенный вычислительный прием в различных ситуациях. Для этой цели многие педагоги пользуются специально подобранными сериями заданий-карточек. В данном пособии приводятся их примеры, которые разработаны нами на основе обобщения опыта учителей.

Проведение коррекционной работы с учащимися по итогам диагностики может быть организовано как традиционно — в процессе выполнения многократных упражнений и проведения индивидуальной дополнительной работы, так и в ходе ознакомления всего класса с новым учебным материалом на основе повторения, обобщения и систематизации пройденного.

Рассмотрим фрагменты уроков и покажем, какую роль в знакомстве с новым вычислительным приемом и в формировании тех или иных вычислительных навыков играет правильно и продуманно организованное повторение и соблюдение последовательности в отборе необходимых упражнений.

Тема урока: вычитание вида $48 - 30$ и $48 - 3$.

Цель урока: познакомить учащихся с новым приемом вычитания.

Учитель начинает работу по повторению вычитания в пределах десяти. На доске записаны выражения:

$$\begin{array}{cccccc} 7 - 2 & 9 - 5 & 9 - 6 & 6 - 3 & 5 - 2 & 6 - 4 \\ 8 - 4 & 7 - 4 & 8 - 3 & 9 - 3 & 8 - 2 & 7 - 5 \end{array}$$

— Значения каких выражений равны 3, 2, 4?

Устный этап работы переходит в математический диктант:

— Может ли разность чисел равняться уменьшаемому? Приведите пример.

— Уменьшаемое 9, вычитаемое 4. Запишите разность. ($9 - 4$.)

— Уменьшаемое 70, вычитаемое 50. Вычислите разность. (20.)

— Какое число нужно прибавить к 40, чтобы получить 70? (30.)

— Сумма 8, одно слагаемое 3. Найдите другое слагаемое. (5.)

— Запишите число 27 в виде суммы разрядных слагаемых. ($20 + 7$.)

После проведения математического диктанта учащимся предлагается устно найти значение выражения $(6 + 3) - 2$ — двумя разными способами. Далее письменно по вариантам ученики выполняют аналогичные задания на повторение правила вычитания числа из суммы:

$$1) (30 + 5) - 2; \quad 2) (60 + 7) - 3.$$

Один из учеников объясняет подробно свое решение.

$(30 + 5) - 2 = 30 + (5 - 2) = 33$. (Удобно из 5 вычесть 2 и прибавить к 30.)

— Из суммы каких чисел мы вычитали 2? (Из суммы чисел 30 и 5.)

— Чему равна сумма этих чисел? (35.)

— Как же можно вычесть 2 из 35? (Нало 35 заменить суммой разрядных слагаемых 30 и 5. Затем вычесть 2 из второго слагаемого 5 и полученную разность прибавить к первому слагаемому 30.)

Учитель предлагает учащимся выполнить самостоятельно в тетради аналогичный пример: $(70 + 5) - 40$.

В процессе работы он просит учеников ответить на следующие вопросы:

- *Как удобно вычислять в данном случае?*
- *Из какого числа мы вычитали 40? (Из 75.)*
- *Как представлено число 75? (В виде суммы разрядных слагаемых.)*
- *Как удобнее вычесть из 75 число 40? (Надо из 70 вычесть 40 и к полученному результату прибавить 5.)*

Прежде чем закрепить новый материал, учитель спрашивает, что же надо знать, чтобы легко выполнить вычитание вида $48 - 30$ и $48 - 3$. Учащиеся еще раз отвечают, что для этого нужно знать, как записать двузначное число в виде суммы разрядных слагаемых и как вычитать число из суммы чисел.

Как видно из рассмотренного фрагмента, учитель разделил новый вычислительный прием на составляющие его операции (заменил двузначное число суммой разрядных слагаемых, вычитание числа из суммы, вычитание в пределах 10) и организовал последовательное целенаправленное повторение для восстановления и активизации необходимых знаний, умений и навыков. При этом новый прием вычисления явился органическим продолжением и дополнением ранее полученных знаний.

Возможны и другие варианты изучения данной темы. Например, учитель объясняет новый материал с помощью полосок с кружками, которые использовались для фронтальной и индивидуальной работы. Однако, такое объяснение отнимает больше времени и меньше уделяется внимания осмыслению самого вычислительного приема.

Затем учитель с учениками повторяет изученный вычислительный прием чтобы проверить, что учащиеся неформально его усвоили. Для этого он предлагает детям сосчитать: $52 - 3$. На примере этого выражения учащиеся осознают, что изученный прием здесь применять нельзя. С помощью такого рода заданий школьники приобщаются к анализу выполняемых вычислений, а учитель стимулирует заинтересованность в новых знаниях.

Как видно из приведенного фрагмента урока, учителем были так подобраны упражнения, чтобы не упустить ни одного момента, ни одной операции, которые использовались учениками при овладении новым приемом счета. На это следует обратить особое внимание начинающим учителям. Лучше ошибку предупредить, чем ис-

правлять. Педагог стремился так организовать повторение, чтобы новый вычислительный прием естественным путем вытекал из знакомых школьникам операций.

Рассмотрим еще один фрагмент урока во 2 классе.

Тема урока: умножение двузначного числа на однозначное.

Цель урока: познакомить детей с приемом умножения двузначного числа на однозначное.

На доске записаны выражения:

$8 \cdot 6$; $9 \cdot 6$; $7 \cdot 3$; $7 \cdot 6$; $4 \cdot 9$; $6 \cdot 4$.

— *Подберите для этих выражений значения из чисел: 54, 28, 45, 21, 48, 36.*

— *Какие выражения остались без ответов? Найдите их значения.*

— *Какие еще можно составить произведения с этими же ответами?*

— *Составьте равенства, используя выражения $4 - 1$, $3 - 1$ и числа 3, 2.*

(Ученики записывают на доске: $4 - 1 = 3$; $3 - 1 = 2$.)

— *Какие еще выражения можно составить? ($3 = 4 - 1$; $2 = 3 - 1$; $3 = 3$; $4 - 1 = 4 - 1$; $3 - 1 = 3 - 1$; $2 = 2$.)*

— *Измените, не считая, записи выражений: $(6 + 2) \cdot 4$; $10 \cdot 3 + 5 \cdot 3$ таким образом, чтобы сохранялся ответ.*

Вызванные к доске ученики записывают, например, так:

$(6 + 2) \cdot 4 = 6 \cdot 4 + 2 \cdot 4$; $(6 + 2) \cdot 4 = 8 \cdot 4$;

$10 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = (10 + 5) \cdot 3$; $10 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 15 \cdot 3$.

Далее учитель предлагает доказать, что записи верны. Ученики констатируют, что они применили правило умножения суммы на число.

— *Запишите следующее выражение без скобок: $(10 + 2) \cdot 4$; $((10 + 2) \cdot 4 = 10 \cdot 4 + 2 \cdot 4$; $(10 + 2) \cdot 4 = 12 \cdot 4$.*

— *Как по-другому можно записать?*

Если дети не догадываются, то учитель записывает на доске: $(10 + 2) \cdot 4 = 12 \cdot 4$.

— *Как иначе можно записать это равенство, используя его свойство? ($12 \cdot 4 = (10 + 2) \cdot 4$.)*

— *Как умножить 12 на 4?*

(Надо заменить его суммой разрядных слагаемых и применить правило умножения суммы на число.)

— *Кто сможет объяснить, в чем состоит прием вычисления? Например, как умножить 21 на 4? (Надо 21 заменить суммой разрядных слагаемых 20 и 1 и применить правило умножения суммы на число: $21 \cdot 4 = (20 + 1) \cdot 4 = 20 \cdot 4 + 1 \cdot 4 = 84$.)*

— *Какое число мы умножаем на 4? (21.) Какое это число: однозначное или двузначное?*

— *С чем мы сейчас познакомились? (С приемом умножения двузначного числа на однозначное.)*

Затем учитель предлагает найти значение произведения 17 и 3 с объяснением и записью в тетради и обращается к классу с вопросом:

— *Что нам нужно знать, чтобы умножить двузначное число на однозначное? (Надо знать таблицу умножения, уметь заменять двузначное число суммой разрядных слагаемых и применять правило умножения суммы на число.)*

Как видно, учитель в рассмотренных случаях создает ситуацию востребованности ранее полученных знаний и умений для решения новых учебных задач, помогает детям понять, как эти знания вдут их по ступенькам к очередной вершине. Повторение при этом не является самоцелью урока, а органически включается в его канву и создаст прочный фундамент для нового материала.

Далее идет последовательная отработка вычислительного приема. На первом этапе учитель предлагает потренироваться в представлении двузначного числа в виде суммы разрядных слагаемых. Учащиеся устно выполняют упражнения из учебника, например: $35 = 30 + 5$; $43 = 40 + 3$ и т.п. Несмотря на кажущуюся простоту данного задания, его нельзя опускать, так как некоторым детям, даже и во втором классе, оно кажется новым. Тех учеников, для которых это задание является легким, необходимо ориентировать на конечный результат. (Они должны понимать, что замена двузначного числа на сумму разрядных слагаемых важна для умножения этих чисел на любое однозначное число.)

Рассмотрим фрагмент урока на тему «Внетабличное деление». При проведении анализа детских работ наибольшее число ошибок обнаружено именно по теме «Деление двузначного числа на двузначное». В основе данного вычислительного приема лежит действие подбора цифры частного. До изучения темы учащиеся выполняли деление только на однозначное число, техника такого вычисления существенно отличается от нового вычислительного приема. Значит, ученики, прежде всего, должны осознать то, что известные им вычислительные приемы не подходят для предлагаемых случаев деления. Иначе могут появиться ошибки вида: $66 : 11 = 12$; $46 : 23 = 4$; $88 : 22 = 44$. В основе нового случая вычисления лежит умение умножать двузначное число на однозначное и проверять деление умножением. Поэтому повторение именно данного матери-

ала и должно стать фундаментом для освоения нового вычислительного приема.

Когда школьники изучали табличные случаи умножения и деления, то по одному примеру на умножение составляли два примера на деление. Соответственно, учитель может предложить детям следующие задания:

— Составьте несколько равенств, используя данные числа: 9, 3, 27. ($9 \cdot 3 = 27$; $3 \cdot 9 = 27$; $27 : 3 = 9$; $27 : 9 = 3$.)

— Найдите значение выражения $72 : 3$ и проверьте свои вычисления. ($24 \cdot 3 = 72$.)

— Составьте два примера на деление из следующего равенства: $16 \cdot 4 = 64$. ($64 : 4 = 16$, $64 : 16 = 4$.)

— Как можно проверить деление? (Умножением.) Учащиеся делают вывод: $4 \cdot 16 = 64$; $16 \cdot 4 = 64$; $16 : 4 = 4$. Значит, деление выполнено правильно, т.е.: 64 разделить на 16 получится 4.

— Итак, проверка показала, что если 64 разделить на двузначное число 16, то получится 4.

— А как найти это число?

— Почему частное 64 и 16 равно 4? Почему нельзя взять в качестве ответа 2 или 3, а нужно взять 4? Как доказать что 2 не подходит? (Можно сделать проверку: $2 \cdot 16 = 16 \cdot 2 = 32$.) Как доказать, что 3 не подходит? ($16 \cdot 3 = 48$.)

— А может быть подходит 5? (Нет, так как $16 \cdot 5 = 80$.)

— Значит, как же следует искать в этом случае частное?

Дети высказывают свои соображения, а учитель сообщает, что этот прием нахождения частного называется подбором.

— Давайте потренируемся в подборе частного. На какое число нужно умножить 18, чтобы получилось 36? На какое число нужно умножить 15, чтобы получилось 45? На какое число нужно умножить 23, чтобы получилось 92?

— А теперь 51 разделите на 17. Кто подберет частное и покажет, что оно подходит?

— Какие числа мы делили? (Двузначные.) На какие числа мы делили? (На двузначные.) Какое число получалось в ответе? (Однозначное.)

— Проверьте, верно ли найдены ответы: $66 : 11 = 12$; $88 : 22 = 44$. (Нет, так как при делении двузначного числа на двузначное получилось не однозначное число, а двузначное.) Хорошо, если дети смогли сделать этот вывод, не выполняя подбора. Некоторые из них сразу же смогли дать верный ответ, хотя этого и не требовалось.

— Проверьте, верно ли найден ответ: $46 : 23 = 4$. (Так как делитель двузначное число, то частное находится подбором. Прове-

рим умножением, верно ли выполнен подбор: $23 \cdot 4 = 92$, а у нас делимое 46. Неверно.)

— Какой ответ будет правильным? (Два, $46 : 23 = 2$, так как $23 \cdot 2 = 46$.)

— На какие двузначные числа делится число 36? Свой ответ докажите.

(36 делится на 36, так как $36 : 1 = 36$;

36 делится на 18, так как $36 : 2 = 18$;

36 делится на 12, так как $36 : 3 = 12$; таким образом, 36 делится на двузначные числа: 36, 18 и 12.)

— Во сколько раз 85 больше 17? (В пять раз. $85 : 17 = 5$; $17 \cdot 5 = 85$.)

— Во сколько раз каждое из чисел верхнего ряда больше (меньше) соответствующего ему числа нижнего ряда:

88	92	74	16	6
22	46	37	96	54

В конце урока, обобщая изученное, учитель предлагает сравнить вычислительные приемы деления двузначного числа на двузначное и двузначного числа на однозначное, чтобы подчеркнуть существенную разницу между ними. Для этого даются следующие задания.

— Разделите 68 на 4. Объясните прием счета.

— Разделите 66 на 22. Объясните прием счета.

— Одинаковы ли эти приемы?

Описанный фрагмент урока показывает, как на основе повторения предыдущего материала, правильно подобранной системы упражнений и умело организованного обобщения информации учитель подводит учащихся к осознанию нового вычислительного приема. Если же начать повторение, как рекомендуется в некоторых методических пособиях, с нахождения частного при делении двузначных чисел оканчивающихся нулем, то это может привести в дальнейшем к появлению ошибок, поэтому такого вида повторение на данном уроке применять нецелесообразно.

Правильная организация усвоения учащимися вычислительных приемов и формирование на их основе вычислительных навыков — это не только работа на конечный результат, но и прекрасная возможность приобщения учеников к анализу собственной деятельности по овладению новым вычислительным приемом. Особое значение отводится повторению и обобщению ранее полученных знаний. При этом нельзя пропускать ни одной операции, составляющей новый вычислительный прием, и игнорировать многократное проговаривание вслух выполняемых действий. Плохо органи-

зованную работу по овладению вычислительным приемом не компенсирует огромное количество выполненных детьми упражнений. Со временем неизбежно появятся стандартные ошибки, которые свидетельствуют о пробелах в овладении понятием или приемом.

АНАЛИЗ КАЧЕСТВА УСТНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ УЧАЩИХСЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

Для того, чтобы дети в совершенстве овладели вычислительной культурой, необходимо еще в начальной школе научить их выполнять следующие устные вычисления:

- складывать и умножать однозначные числа ($6 + 3$; $6 + 7$; $5 \cdot 7$);
- прибавлять к двузначному числу однозначное ($11 + 3$; $87 + 9$);
- вычитать из однозначного или двузначного числа однозначное: преимущественно в пределах 20 ($9 - 3$; $19 - 3$; $13 - 9$);
- складывать несколько однозначных чисел ($7 + 8 + 9$);
- складывать и вычитать двузначные числа ($30 + 20$; $70 - 60$; $34 - 20$; $73 - 20$; $34 + 22$; $73 - 22$; $34 + 26$; $70 - 28$; $73 - 28$);
- делить однозначное или двузначное число на однозначное целое или с остатком ($9 : 6$; $9 : 3$; $29 : 7$; $84 : 7$; $85 : 7$).

Из первой главы данного пособия известно, что полноценный вычислительный навык характеризуется шестью качествами: правильностью, осознанностью, рациональностью, обобщенностью, беглостью и прочностью. На основе выделенных принципов учителю бывает необходимо проверить результативность обучения вычислительным навыкам, проводя их поэлементный анализ.

Беглость вычислений и **правильность** полученных результатов можно проверить в форме арифметического диктанта, содержащего 15—20 простых выражений. Диктовать каждое из них нужно только один раз, применяя в формулировке слова: «прибавить», «вычесть», «умножить», «разделить». При этом дети записывают только ответы. Темп диктовки для табличных случаев и действий с нулем и единицей примерно 10 с, для случаев с применением правил и свойств — 15 с.

Примерные образцы диктантов.

Задание: *найти значения выражения и записать только ответ.*

- $6 + 2$; $7 - 3$; $8 - 5$; $10 - 8$; $7 + 3$; $6 + 7$; $13 - 8$; $49 + 1$; $60 - 1$; $26 - 0$; $34 + 0$; $11 + 3$; $19 - 5$; $70 - 30$; $70 + 20$; $73 - 20$; $54 + 30$; $72 + 8$; $72 - 8$; $40 - 6$.

- $6 \cdot 7$; $8 \cdot 4$; $56 : 8$; $7 \cdot 9$; $30 : 10$; $0 \cdot 13$; $77 \cdot 1$; $16 : 1$; $0 : 5$; $48 + 11$; $92 - 6$; $84 : 7$; $34 + 2$; $70 - 28$; $36 + 48$; $73 - 49$; $16 \cdot 5$; $9 : 6$; $48 - 23$.
- $8 \cdot 400$; $560 : 8$; $270 : 3$; $60 \cdot 70$; $810 : 90$; $76 : 8$; $0 : 1002$; $4108 - 0$; $302 : 1$; $50 \cdot 16$; $720 : 3$; $720 : 30$; $350 \cdot 2$; $240 - 70$; $360 + 48$; $111 + 89$; $130 - 38$; $340 + 260$; $700 - 280$; $1000 - 299$.

Задания для математического диктанта можно подобрать по приведенному образцу, учитывая возраст учащихся и пройденный материал. За работу выставляются отметки в соответствии со следующими рекомендациями: «5» — если 0 ошибок; «4» — если 1 ошибка; «3» — если 2—3 ошибки; «2» — если 4 ошибки и более.

Для проверки **правильности** и **осознанности** выбора вычислительных операций, приводящих к искомому результату, можно предложить выполнить письменно самостоятельную работу, в которой рассуждения фиксируются подробно ($15 + 17 = 15 + (10 + 7) = (15 + 10) + 7 = 25 + 7 = 32$), или провести устную контрольную проверку. В последнем случае каждому ученику предлагается карточка, на которой написаны 3—4 выражения, и задание: *найти значение выражения, объясняя запись подробно*. Следует заготовить не менее четырех вариантов карточек, аналогичных ниже представленным:

- $23 + 14$; $56 - 23$; $17 + 3$; $20 - 8$.
- $42 : 2$; $65 : 5$; $7 \cdot 13$.
- $(450 + 550) : 2$; $720 : 30$; $5 \cdot (25 \cdot 40)$.

Завершив работу, ученик рассказывает учителю о правиле, которое применил при вычислении. Например: при вычислении значения выражения $23 + 14$ применяю правило прибавления суммы к числу.

В ходе проверки **рациональности** вычислительных навыков дается самостоятельная работа, содержащая 1—2 выражения, со следующим заданием: *найти значение выражения разными способами и подчеркнуть самый удобный*. Например:

- $28 + 36$;
- $7 \cdot 8 + 7 \cdot 2$;
- $(1924 + 256) + 1744$.

Оценка **обобщенности** вычислительных навыков способствует выявлению умения переносить значения в новые числовые усло-

вия. При проверке данного качества задание предлагается в следующей формулировке: *попробуйте найти значение данного выражения самостоятельно, записав подробно объяснение*. При этом в упражнении должен содержаться числовой материал, который детям ранее не встречался, но вычислительный прием, на котором основано его решение, ими уже был отработан на других примерах:

- $100 - 24 = 100 - (20 + 4) = 80 - 4 = 76$.
- $75 \cdot 5 = (70 + 5) \cdot 5 = 70 \cdot 5 + 5 \cdot 5 = 350 + 25 = 375$.
- $284 \cdot 3 = (200 + 80 + 4) \cdot 3 = 200 \cdot 3 + 80 \cdot 3 + 4 \cdot 3 = 600 + 240 + 12 = 852$.

Для проверки **прочности** навыка рекомендуется в конце учебного года в каждом из классов провести самостоятельную работу и включить в нее все вычислительные приемы, определенные программой. Аналогичный контроль следует провести с тем же составом класса в начале следующего учебного года до организации повторения материала, т.е. не позднее 2 сентября. Сравнение результатов работ позволит судить о прочности усвоения вычислительных приемов.

Результаты проведенных исследований можно для наглядности оформить в следующей таблице.

Анализ вычислительных навыков

№	ФИО учащегося	Качества навыков							
		правильность		рациональность			обобщенность	осознанность	прочность
		Выбрал операции верно	Вычислил верно	Вычислил одним способом	Разными способами	Подчеркнул	Выполнил верно	Назвал правило верно	Помнит все приемы
1		+	—	+	+	—	+	—	3 из 4
2									
3									

КАРТОЧКИ ДИАГНОСТИКИ И ПРОФИЛАКТИКИ ОШИБОК В ВЫЧИСЛЕНИЯХ

Задания, предложенные в карточках, можно использовать с различными целями:

1. Перед ознакомлением с новым вычислительным приемом, в начале урока учитель может организовать самостоятельную работу учащихся по 1—4 заданиям из карточек, направленную на повторение и актуализацию пройденного материала, который является основой для изучения нового материала. Задания 5—8, обозначенные в карточках звездочками, рекомендуем использовать на последующих уроках для закрепления изученного или на данном уроке в качестве дополнительных упражнений для сильных учащихся.

2. Для диагностики сформированности вычислительных приемов у каждого отдельного ученика. С этой целью учитель предлагает учащимся выполнить все задания карточки, а затем проводит анализ выполненных работ, с тем, чтобы выяснить на каком уровне каждый отдельный ребенок владеет данным вычислительным приемом и что вызвало затруднения. Этот вид работы целесообразно проводить на уроке, с тем, чтобы получить объективную картину успешности обучения. Классификация ошибок, которые встретились в работах учащихся, поможет учителю скорректировать процесс дальнейшего обучения.

3. Для организации самостоятельной работы учащихся при закреплении вычислительных приемов. Этот вид деятельности особенно востребован в условиях одновременного обучения учащихся разновозрастных групп. Характерным примером является работа сельского учителя или гувернера. В этом случае учитель сам подбирает номера и количество заданий для каждого конкретного учащегося. Возможна организация работы учеников по одной карточке, но по вариантам.

4. Для проведения коррекционной работы с учащимися. Если ученик не до конца понял пройденный вычислительный прием или пропустил школьные занятия по новому материалу, то карточка выдается ему для решения дома. Предварительную консультационную помощь может оказать учитель или родители. При проверке домашнего задания по карточке будет видно, насколько добросовестно учащийся отнесся к работе, в чем его объективные трудности, как помочь ему в усвоении материала.

Общие рекомендации по номерам заданий:

- Первые 4—5 заданий показывают, какими знаниями и навыками должен овладеть ребенок, чтобы освоить вычислительный прием, соответствующий теме.
- Упражнения под номерами, отмеченными звездочкой, активизируют мыслительную деятельность, вырабатывают у ученика самостоятельность и рефлексивность мышления.
- Ученик, хорошо усвоивший весь учебный материал, может, по желанию, сразу приступить к выполнению задания со звездочкой, остальные начинают работать с первого номера.

Как видим, карточки диагностики и профилактики ошибок могут решать различные учебные задачи и использоваться на разных этапах урока математики.

КАРТОЧКА № 1

Тема. Сложение в пределах 10. Вычитание 1, 2, 3, 4

1. Заполни пропуски:

1, 2, 3, ... 10; 10, 9, 8, ... 1; 9 ... 6 ... 4 ... 2

2. Сравни между собой числа и поставь знак $>$, $<$, $=$:

$5 * 4$; $2 * 1$; $1 * 3$; $6 * 5$; $6 * 4$; $7 * 6$; $5 * 5$.

3. Вычисли или вставь нужное число:

$5 + 1$	$4 - 2$	$7 + 1$	$10 - 1$	$7 + 2 + 1$	$6 + 3 = \square$
$3 + 2$	$4 - 3$	$8 + 1$	$6 - 1$	$5 + 2 + 2$	$5 + 4 = \square$
$2 + 3$	$5 - 2$	$6 + 1$	$8 - 1$	$8 - 1 - 1$	$6 - \square = 3$
$3 + 1$	$5 - 3$	$9 + 1$	$9 - 1$	$9 - 2 - 1$	$9 - \square = 5$
$1 + 3$	$3 - 2$	$5 + 1$	$7 - 1$	$8 - 2 - 2$	$8 - \square = 5$

$5 + 2 = \square$	$2 + \square = 7$	$6 - \square = 2$
$6 + 4 = \square$	$6 + \square = 9$	$8 - \square = 3$
$7 + \square = 9$	$3 + 7 = \square$	$9 - \square = 4$
$9 + \square = 10$	$1 + 9 = \square$	$5 - \square = 1$
$4 + \square = 10$	$5 + 4 = \square$	$8 - \square = 5$

4*. Не вычисляя, выпиши равные суммы:

$5 + 4$; $3 + 4$; $6 + 1$; $4 + 5$; $4 + 3$.

5*. Прочитай равенства:

$$2 + 2 = 4 \quad 6 + 3 = 9 \quad 4 + 4 = 8 \quad 5 + 2 = 7$$

$$4 + 2 = 6 \quad 3 + 2 = 5 \quad 6 + 2 = 8 \quad 5 + 4 = 9$$

$$4 + 3 = 7 \quad 5 + 3 = 8 \quad 7 + 2 = 9 \quad 3 + 3 = 6$$

Проверь равенства. Перепиши эти равенства в три столбика так, чтобы в равенствах каждого столбика вторые слагаемые были одинаковыми.

Перепиши равенства каждого столбика в порядке увеличения значения суммы.

6*. Не вычисляя, раздели выражения на две группы:

$$6 - 2; \quad 8 - 3; \quad 5 - 4; \quad 7 - 4; \quad 3 + 4; \quad 5 + 2; \quad 7 - 3.$$

Объясни, как ты их разделил на группы. Найди значения сумм и разностей (вычисли).

КАРТОЧКА № 2

Тема. *Вычитание в пределах 10 (вычтешь 5, 6, 7, 8, 9)*

1. Заполни пропуски:

$$1, 2, 3, \dots 10; \quad 9, 8, 7, \dots 1; \quad 1, 2, \dots 5; \quad 8, \dots 10.$$

2. Вычисли или вставь нужное число:

$$3 + 2 \quad 9 - 2 \quad 9 = 6 + \square \quad \square + 3 = 9$$

$$5 + 4 \quad 2 + 5 \quad 8 = 3 + \square \quad 2 + \square = 9$$

$$6 + 3 \quad 10 - 4 \quad 7 = \square + 3 \quad \square + 4 = 9$$

$$10 - 6 = \square \quad 10 = 6 + \square \quad 9 = 7 + \square \quad 10 = 9 + \square$$

$$9 - 7 = \square \quad 10 = 3 + \square \quad 8 = 5 + \square \quad 9 = 8 + \square$$

$$8 - 5 = \square \quad 10 = \square + 2 \quad 9 = 2 + \square \quad 8 = 7 + \square$$

3. Не вычисляя, сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения $>$, $<$ или $=$:

$$9 - 3 * 9 - 6 \quad 8 - 2 * 9 - 3$$

$$8 - 2 * 8 - 5 \quad 9 - 4 * 8 - 6$$

$$8 - 4 * 8 - 3 \quad 5 - 1 * 9 - 6$$

Проверь правильность поставленных знаков сравнения с помощью вычислений.

4*. Вставь пущное число:

$$9 - 2 > 9 - \square; \quad 8 - 3 < 8 - \square; \quad 5 - \square < 9 - 3; \quad 9 - \square > 7 - 3.$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

5*. Прочитай равенства.

$$\begin{array}{lll} 8 - 5 = 3 & 9 - 7 = 2 & 8 - 7 = 1 \\ 9 - 6 = 3 & 8 - 6 = 2 & 7 - 6 = 1 \\ 10 - 7 = 3 & 7 - 5 = 2 & 6 - 5 = 1 \end{array}$$

Выпиши эти равенства в три столбика так, чтобы в равенствах каждого столбика те числа, которые вычитаем, были одинаковыми.

Перепиши равенства каждого столбика в порядке увеличения значения разности (результата). Объясни, как выполнил задание.

6*. Не вычисляя, раздели выражения на две группы.

$$7 - 5; 3 + 5; 8 - 6; 3 + 6; 9 - 7; 10 - 8; 7 - 6; 9 - 6.$$

Объясни, как ты их разделил на группы. Найди значения сумм и разностей (вычисли).

КАРТОЧКА № 3

Тема. Сложение в пределах 100 (вида $35 + 3$, $35 + 20$, $46 + 4$)

1. Замени числа суммой разрядных слагаемых:

$$47 = 40 + 7; \quad 68 = \square + \square; \quad 79 = \square + \square; \quad 56 = \square + \square.$$

2. Сложи (найди значения сумм):

$$\begin{array}{lllll} 30 + 50 & 40 + 30 & 20 + 60 & 30 + 60 & 50 + 20 \\ 6 + 3 & 3 + 5 & 2 + 6 & 3 + 4 & 3 + 6 \\ 6 + 4 & 5 + 5 & 2 + 8 & 7 + 2 & 3 + 7 \end{array}$$

3. Закончи запись решения (вспомни правило прибавления числа к сумме):

$$(40 + 2) + 3 = 40 + \square = \square; \quad (20 + 7) + 60 = (20 + 60) + \square = \square.$$

4. Вычисли:

$$\begin{array}{l} 54 + 30 = (50 + 4) + 30 = (50 + 30) + 4 = 80 + 4 = 84; \\ 27 + 40; \quad 56 + 40; \quad 73 + 4; \quad 36 + 4. \end{array}$$

5*. Сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$.

$$\begin{array}{lll} 43 + 4 * 45 + 2 & 34 + 50 * 25 + 60 & 75 - 2 * 25 - 20 \\ 54 + 2 * 52 + 5 & 72 + 10 * 36 + 50 & 86 - 30 * 56 - 30 \\ 65 + 3 * 64 + 6 & 43 + 30 * 54 + 20 & 99 - 9 * 99 - 90 \end{array}$$

6*. Вставь нужное число:

$$67 + 3 > 67 + \square; \quad 92 + 4 < 92 + \square; \quad 45 + 50 < 45 + \square; \quad 23 + 60 > 60 + \square.$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 4

Тема. *Вычитание в пределах 100 (вида $48 - 3$, $56 - 20$, $70 - 4$)*

1. Замени числа суммой разрядных слагаемых:

$$38 = 30 + 8; \quad 77 = \square + \square; \quad 24 = \square + \square; \quad 69 = \square + \square.$$

2. Вычисли (определи значения разностей):

$80 - 50$	$90 - 30$	$8 - 4$	$9 - 8$	$6 - 2$
$40 - 10$	$80 - 60$	$7 - 5$	$9 - 3$	$5 - 4$
$60 - 30$	$50 - 20$	$9 - 4$	$7 - 4$	$8 - 5$

3. Закончи запись выражения (вспомни правило вычитания числа из суммы):

$$\begin{aligned} (60 + 8) - 5 &= 60 + \square = \square; & (50 + 5) - 20 &= 30 + \square = \square; \\ (70 + 10) - 7 &= 70 + \square = \square; & (60 + 8) - 40 &= 20 + \square = \square. \end{aligned}$$

4. Вычисли (найди значения разностей):

$$\begin{aligned} 57 - 4 &= (50 + 7) - 4 = 50 + (7 - 4) = 50 + 3 = 53; \\ 48 - 5; \quad 99 - 40; \quad 80 - 7; \quad 70 - 6; \quad 90 - 5. \end{aligned}$$

5*. Сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$.

$48 - 4 * 46 - 2$	$75 - 2 * 75 - 20$	$73 - 30 * 75 - 20$
$40 - 6 * 35 - 3$	$86 - 30 * 56 - 30$	$94 - 50 * 96 - 20$
$77 - 2 * 78 - 5$	$99 - 9 * 99 - 90$	$49 - 10 * 79 - 40$

6*. Вставь нужное число:

$$\begin{aligned} 74 - 20 &> 78 - \square; & 69 - 6 &< 69 - \square; \\ 58 - 3 &< 58 - \square; & 46 - 30 &> 46 - \square. \end{aligned}$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 5

Тема. Сложение в пределах 20 (вида $8 + 6$)

1. Вставь нужные числа:

$$\begin{array}{llll} 5 = 3 + \square & 7 = 3 + \square & 10 = \square + \square & 7 = \square + \square. \\ 8 = \square + 5 & 9 = \square + 5 & 9 = \square + \square & 8 = \square + \square. \end{array}$$

2. Дополни до 10 следующие числа: 5, 8, 6, 9, 7.

Запиши так: $5 + 5 = 10$; $8 + \square = 10$; ...

3. Вычисли (найди значения сумм):

$$10 + 4; \quad 10 + 2; \quad 10 + 7; \quad 10 + 5; \quad 10 + 6; \quad 10 + 8.$$

4. Вычисли удобным способом (вспомни правило прибавления суммы к числу):

$$8 + (2 + 3); \quad 6 + (4 + 3); \quad 9 + (8 + 1); \quad 6 + (8 + 2).$$

5. Вычисли (найди значения сумм):

$$\begin{array}{l} 8 + 6 = 8 + (2 + 4) = (8 + 2) + 4 = 10 + 4 = 14; \\ 6 + 7; \quad 9 + 4; \quad 8 + 7; \quad 9 + 6; \quad 8 + 6; \quad 7 + 5. \end{array}$$

6*. Сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$:

$$\begin{array}{lll} 8 + 4 * 8 + 5 & 6 + 3 * 6 + 5 & 6 + 8 * 6 + 7 \\ 7 + 3 * 3 + 7 & 7 + 4 * 8 + 5 & 3 + 5 * 5 + 3 \\ 6 + 9 * 9 + 5 & 9 + 3 * 6 + 6 & 9 + 6 * 6 + 8 \end{array}$$

7*. Сравни суммы:

$$6 + 4; \quad 6 + 2; \quad 6 + 5; \quad 6 + 3; \quad 6 + 1; \quad 6 + 6; \quad 6 + 7.$$

Не выполняя сложения, выпиши в один столбик суммы, значения которых — двузначные числа, а в другой — суммы, значения которых — однозначные числа.

Найди значения сумм.

Можно ли дополнить первый столбик другими суммами?

Напиши те суммы, которые ты составил, найди их значения.

Можно ли то же самое сделать со вторым столбиком?

КАРТОЧКА № 6

Тема. Вычитание в пределах 20 (вида $15 - 7$)

1. Вставь нужные числа:

$8 = 5 + \square$

$7 = 2 + \square$

$9 = 3 + \square$

$6 = 3 + \square$

$8 = \square + 2$

$7 = \square + 3$

$9 = \square + 5$

$6 = \square + 4$

$8 = 4 + \square$

$7 = 6 + \square$

$9 = 2 + \square$

$6 = 1 + \square$

2. Вычисли (найди значения разностей):

$17 - 7$

$18 - 8$

$10 - 3$

$10 - 2$

$13 - 3$

$16 - 6$

$10 - 6$

$10 - 8$

$14 - 4$

$15 - 5$

$10 - 4$

$10 - 7$

3. Вычисли удобным способом (вспомни правило вычитания суммы из числа):

$16 - (6 + 2); \quad 15 - (3 + 5); \quad 17 - (4 + 3).$

4. Вычисли (найди значения разностей):

$12 - 8 = 12 - (2 + 6) = (12 - 2) - 6 = 10 - 6 = 4;$

$14 - 6; \quad 13 - 5; \quad 16 - 7; \quad 15 - 8; \quad 13 - 7.$

5. а) Вставь нужное число:

$5 + 7 = \square$

$9 + 4 = \square$

$9 + 6 = \square$

$\square - 5 = 7$

$\square - 9 = 4$

$\square - 6 = 9$

$\square - 7 = 5$

$\square - 4 = 9$

$\square - 9 = 6$

б) Составь три равенства, используя числа: 6, 7, 13.

6*. Сравни разности каждой строки. Поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$.

$12 - 4 * 13 - 5$

$13 - 5 * 14 - 6$

$18 - 5 * 18 - 9$

$16 - 7 * 16 - 8$

$17 - 3 * 17 - 7$

$16 - 4 * 16 - 7$

7*. Сравни разности:

$16 - 4; \quad 16 - 2; \quad 16 - 8; \quad 16 - 5; \quad 16 - 6; \quad 16 - 3; \quad 16 - 7.$

Не выполняя вычитания, выпиши в один столбик разности, значения которых — двузначные числа, а в другой — разности, значения которых — однозначные числа.

Найди значения разностей.

Можно ли дополнить первый столбик другими разностями?

Напиши те разности, которые ты составил, найди их значения.

Можно ли то же самое сделать со вторым столбиком?

КАРТОЧКА № 7

Тема. Сложение в пределах 100 (вида $27 + 5$)

1. Вставь нужные числа:

$$\begin{array}{llll} 9 = 3 + \square & 6 = \square + 3 & 8 = 2 + \square & 7 = \square + 1 \\ 6 = \square + 2 & 8 = 4 + \square & 8 = \square + 1 & 7 = 3 + \square \\ 9 = 5 + \square & 8 = \square + 3 & 9 = 2 + \square & 7 = \square + 2 \end{array}$$

2. Дополни до ближайших круглых чисел:

73, 82, 47, 68, 14, 25, 59.

3. Вычисли (определи значения сумм):

$$\begin{array}{llll} 50 + 4 & 70 + 8 & 90 + 5 & 30 + 2 \\ 80 + 6 & 40 + 3 & 50 + 7 & 60 + 3 \end{array}$$

4. Вычисли удобным способом (вспомни правило прибавления суммы к числу):

$$\begin{array}{l} 47 + 9 = 47 + (3 + 6) = (47 + 3) + 6 = 50 + 6 = 56; \\ 68 + 7; \quad 75 + 8; \quad 59 + 4; \quad 46 + 6; \quad 35 + 9. \end{array}$$

5*. Выполни действия каждого столбика:

$$\begin{array}{lllll} 56 + 4 & 73 + 7 & 49 + 1 & 34 + 6 & 68 + \square \\ 60 + 3 & 80 + 2 & 50 + 6 & \square + 3 & \square + 7 \\ 56 + 7 & 73 + 9 & 49 + 7 & 34 + \square & 68 + 9 \end{array}$$

Составь еще два столбика с аналогичными заданиями.

6*. Сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$.

$$\begin{array}{ll} 36 + 5 * 34 + 7 & 45 + 9 * 55 + 9 \\ 49 + 6 * 49 + 4 & 38 + 4 * 36 + 5 \\ 64 + 8 * 84 + 6 & 57 + 6 * 58 + 5 \end{array}$$

7*. Вставь нужное число:

$$\begin{array}{ll} 54 + 7 > 54 + \square; & 69 + 4 < 69 + \square; \\ 43 + 8 < \square + 9; & 72 + 9 > \square + 8. \end{array}$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 8

Тема. Вычитание в пределах 100 (вида $36 - 8$)

1. Замени суммой разрядных слагаемых:

$$73 = 70 + 3; \quad 48; \quad 54; \quad 69; \quad 27; \quad 85; \quad 96.$$

2. Вставь нужные числа:

$$\begin{array}{llll} 9 = \square + 4 & 8 = 3 + \square & 7 = \square + 2 & 6 = \square + \square \\ 50 = 40 + \square & 70 = \square + 60 & 90 = 10 + \square & 7 = \square + 2 \end{array}$$

3. Выполни действия:

$$\begin{array}{cccccc} 83 - 3 & 94 - 4 & 62 - 2 & 36 - 6 & 25 - 5 \\ 50 - 5 & 60 - 8 & 70 - 3 & 90 - 7 & 30 - 6 \end{array}$$

4. Реши примеры удобным способом (вспомни правило вычитания суммы из числа):

$$54 - (4 + 5) = (54 - 4) - \square = \square - \square = \square$$

$$67 - (2 + 7) = (67 - 7) - \square = \square - \square = \square$$

5. Выполни указанные действия:

$$\begin{array}{l} 36 - 9 = 36 - (6 + 3) = (36 - 6) - 3 = 30 - 3 = 27; \\ 27 - 7; \quad 63 - 5; \quad 74 - 8; \quad 42 - 9. \end{array}$$

6*. Сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$.

$$\begin{array}{ll} 54 - 6 * 54 - 8 & 36 - 7 * 46 - 7 \\ 93 - 5 * 93 - 8 & 83 - 4 * 63 - 4 \\ 67 - 9 * 67 - 3 & 43 - 8 * 53 - 8 \end{array}$$

7*. Выполни действия каждого столбика:

$$\begin{array}{ccccc} 56 - 6 & 84 - 4 & 63 - 3 & 72 - \square & 43 - 3 \\ 50 - 3 & 80 - 3 & \square - 5 & 70 - 7 & \square - 2 \\ 56 - 9 & 84 - 7 & 63 - 8 & 72 - \square & \square - 5 \end{array}$$

Составь еще два столбика с аналогичными заданиями.

8*. Вставь нужное число:

$$\begin{array}{ll} 54 - 7 > 54 - \square; & 65 - 6 < \square - 8; \\ 42 + 8 > \square - 7; & \square - 5 < \square - 3. \end{array}$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 9

Тема. Сложение в пределах 100 (вида $30 + 12$)

1. Заменю суммой разрядных слагаемых:

$$16 = 10 + 6; \quad 39 = \square + \square; \quad 76 = \square + \square; \quad 91 = \square + \square.$$

2. Вычисли:

$$\begin{array}{cccccc} 30 + 50 & 20 + 40 & 60 + 30 & 10 + 70 & 30 + 40 & 50 + 20 \\ 70 + 3 & 90 + 4 & 80 + 7 & 60 + 1 & 30 + 5 & 40 + 8 \end{array}$$

3. Закончи запись вычисления:

$$40 + (30 + 6) = (40 + 30) + \square = \square + \square = \square$$

$$30 + (10 + 7) = (\square + \square) + \square = \square + \square = \square$$

4. Выполни действия:

$$60 + 24 = 60 + (20 + 4) = (60 + 20) + 4 = 80 + 4 = 84;$$
$$50 + 38; \quad 20 + 49; \quad 34 + 20; \quad 76 + 30; \quad 72 + 10.$$

5*. Выполни действия каждого столбика:

$$\begin{array}{ccccc} 40 + 30 & 20 + 50 & 10 + \square & 50 + \square & \square + 40 \\ 70 + 6 & 50 + 7 & \square + 9 & 80 + \square & \square + 5 \\ 40 + 36 & 20 + 57 & 10 + 59 & \square + 34 & 30 + \square \end{array}$$

Составь еще два столбика с аналогичными заданиями.

6*. Не вычисляя, выпиши равные суммы:

$$73 + 20; \quad 43 + 50; \quad 33 + 60; \quad 20 + 73; \quad 83 + 10; \quad 63 + 20.$$

Как ты догадался? Какая сумма оказалась лишней? Почему?

Проверь свои догадки вычислениями.

7*. Вставь нужное число:

$$55 + 30 > 54 + \square; \quad \square + 28 > 30 + 28;$$

$$76 + \square < 76 + \square; \quad \square + 37 < \square + 35.$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 10

Тема. Вычитание в пределах 100 (вида $30 - 14$)

1. Заменю суммой разрядных слагаемых:

$$37 = \square + 7; \quad 16 = \square + \square; \quad 88 = \square + \square; \quad 72 = \square + \square.$$

Карточки диагностики и профилактики ошибок в вычислениях

2. Вычисли (определи значения разностей):

$40 - 20$	$80 - 40$	$90 - 60$	$70 - 10$	$90 - 40$
$20 - 4$	$70 - 6$	$60 - 8$	$50 - 3$	$40 - 5$

3. Закончи запись вычисления:

$$40 - (10 + 8) = (40 - 10) - 8 = 30 - 8 = 22;$$

$$70 - (30 + 7) = (\square - \square) - \square = \square - \square = \square.$$

4. Вычисли:

$$80 - 53 = 80 - (50 + 3) = 80 - 50 - 3 = 30 - 3 = 27;$$

$$30 - 14; \quad 60 - 19; \quad 70 - 18; \quad 90 - 27; \quad 80 - 26.$$

5*. Сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$.

$30 - 12 * 30 - 13$	$90 - 23 * 90 - 32$
$40 - 15 * 50 - 25$	$80 - 37 * 80 - 73$
$80 - 16 * 70 - 36$	$60 - 44 * 60 - 24$

6*. Выполни действия каждого столбика:

$60 - 40$	$80 - 30$	$50 - \square$	$70 - \square$
$20 - 9$	$50 - 6$	$30 - 8$	$\square - 3$
$60 - 49$	$80 - 36$	$\square - 28$	$\square - 53$

Что ты заметил? Составь еще два столбика с аналогичными заданиями.

7*. Вставь нужное число:

$$40 - 18 > 40 - \square; \quad 50 - \square < 60 - \square;$$

$$90 - 43 > \square - 43; \quad 70 - 24 < \square - \square.$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 11

Тема. Сложение в пределах 100 (вида $26 + 12$)

1. Запиши суммой разрядных слагаемых:

$$24 = 20 + 4; \quad 35 = \square + \square; \quad 79 = \square + \square.$$

2. Вычисли (определи значения сумм):

$36 + 20$	$56 + 30$	$45 + 40$	$67 + 20$	$53 + 40$
$43 + 6$	$24 + 5$	$83 + 4$	$92 + 5$	$52 + 6$

3. Закончи запись решения (вспомни правило прибавления суммы к числу):

$$56 + (10 + 3) = (56 + 10) + 3 = \square + \square = \square$$

$$42 + 37 = (42 + 30) + \square = \square + \square = \square$$

4. Вычисли: $63 + 24$; $48 + 21$; $73 + 22$; $42 + 57$.

5*. Сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$.

$$46 + 2 * 3 + 46$$

$$24 + 32 * 34 + 22$$

$$29 + 20 * 28 + 21$$

$$38 + 11 * 19 + 30$$

$$63 + 24 * 64 + 23$$

$$36 + 13 * 44 + 4$$

6*. Найди суммы с одинаковыми значениями, не вычисляя их. Выпиши их в отдельные строчки.

$$63 + 24$$

$$25 + 42$$

$$35 + 32$$

$$36 + 31$$

$$14 + 53$$

$$34 + 33$$

$$52 + 35$$

$$12 + 75$$

$$22 + 65$$

$$11 + 56$$

Проверь себя, вычисли значения сумм в каждой строке.

7*. Вставь нужное число:

$$34 + 15 > \square + 15 ;$$

$$62 + \square > 62 + 5 ;$$

$$55 + 24 > \square + \square ;$$

$$\square + 32 < \square + 33 .$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 12

Тема. *Вычитание в пределах 100 (вида $36 - 12$)*

1. Замени суммой разрядных слагаемых:

$$43 = 40 + 3 ; \quad 68 = \square + \square ; \quad 79 = \square + \square ; \quad 84 = \square + \square .$$

2. Вычисли (определи значения разностей):

$$74 - 20$$

$$75 - 30$$

$$66 - 10$$

$$70 - 10$$

$$90 - 40$$

$$36 - 5$$

$$48 - 6$$

$$69 - 7$$

$$50 - 3$$

$$40 - 5$$

3. Закончи запись решения (вспомни правило вычитания суммы из числа):

$$67 - (30 + 6) = (67 - 30) - \square = \square - \square = \square$$

$$29 - (10 + 7) = (29 - 10) - \square = \square - \square = \square$$

4. Вычисли:

$$49 - 16 = 49 - (10 + 6) = (49 - 10) - 6 = 39 - 6 = 33;$$

$$78 - 25; \quad 86 - 34; \quad 98 - 43; \quad 66 - 23.$$

5*. Выполни действия каждого столбика:

$$69 - 40 \quad 96 - 50 \quad 57 - \square \quad 88 - \square$$

$$29 - 5 \quad 46 - 4 \quad 47 - 4 \quad \square - 3$$

$$69 - 45 \quad 96 - 54 \quad \square - 14 \quad 88 - 23$$

Что ты заметил? Составь еще два столбика с аналогичными заданиями.

6*. Сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$.

$$48 - 3 * 48 - 5$$

$$96 - 14 * 86 - 14$$

$$69 - 25 * 59 - 23$$

$$58 - 16 * 38 - 12$$

$$75 - 32 * 63 - 32$$

$$32 - 21 * 32 - 20$$

7*. Вставь нужное число:

$$58 - \square > 58 - 5; \quad 49 - 23 < 48 - \square;$$

$$67 - \square > \square - 6; \quad \square - \square > 95 - 42.$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 13

Тема. Сложение в пределах 100 (вида $38 + 46$)

1. Замени суммой разрядных слагаемых:

$$26 = 20 + 6; \quad 37 = \square + \square; \quad 84 = \square + \square; \quad 65 = \square + \square.$$

2. Вычисли (определи значения сумм):

$$38 + 30 \quad 67 + 30 \quad 39 + 40 \quad 78 + 10$$

$$69 + 7 \quad 26 + 9 \quad 48 + 5 \quad 35 + 9$$

3. Закончи запись решения (вспомни правило прибавления суммы к числу):

$$57 + (30 + 6) = (57 + 30) + \square = \square + \square = \square;$$

$$63 + 28; \quad 44 + 29; \quad 38 + 56; \quad 45 + 19.$$

4. Выполни действия каждого столбика:

$$\begin{array}{cccc} 23 + 40 & 27 + 30 & 63 + \square & 35 + \square \\ 63 + 5 & 57 + 4 & 83 + 9 & \square + 8 \\ 23 + 45 & 27 + 34 & \square + 29 & 75 + \square \end{array}$$

Что ты заметил? Составь еще два столбика с аналогичными заданиями.

5*. Вычисли рациональным способом:

$$37 + 22 + 63 + 78; \quad 24 + 66 + 34 + 76.$$

6*. Сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$.

$$36 + 27 * 36 + 29 \quad 45 + 38 * 43 + 36$$

$$64 + 18 * 63 + 19 \quad 26 + 48 * 48 + 26$$

7*. Вставь нужное число:

$$59 + 18 > 59 + \square; \quad 37 + 45 > \square + 44;$$

$$67 + > 63 + \square; \quad \square + 16 < \square + 13.$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 14

Тема. *Вычитание в пределах 100 (вида 42 – 17)*

1. Вспомни десятичный состав двузначного числа:

$$47 = 40 + 7; \quad 95 = \square + \square; \quad 59 = \square + \square;$$

$$68 = \square + \square; \quad 33 = \square + \square; \quad 86 = \square + \square.$$

2. Вычисли (определи значения разностей):

$$57 - 30 = (50 - 30) + 7 = \square \quad 68 - 20 = \square$$

$$73 - 40 = (70 - \square) + 3 = \square \quad 66 - 40 = \square$$

$$94 - 20 = (90 - \square) + = \square \quad 84 - 50 = \square$$

3. Вспомни правило вычитания суммы из числа и вычисли:

$$52 - 7 = (52 - 2) - 5 = \square \quad 65 - 8 = \square$$

$$34 - 6 = (34 - 4) - \square = \square \quad 73 - 7 = \square$$

$$87 - 9 = (87 - \square) - \square = \square \quad 44 - 9 = \square$$

4. Закончи запись решения (вспомни правило вычитания суммы из числа):

$$42 - (10 + 5) = (42 - 10) - 5 = \square$$

$$25 - (10 + 8) = (25 - 10) - \square = \square$$

5. Вычисли (определи значения разностей):

$$63 - 28; \quad 46 - 17; \quad 84 - 37; \quad 92 - 44.$$

6*. Выполни действия каждого столбика. Восстанови пропущенные числа:

$$54 - 30 \quad 72 - 50 \quad 93 - 40 \quad 85 - \square$$

$$24 - 6 \quad \square - 8 \quad \square - 5 \quad \square - 7$$

$$54 - 36 \quad 72 - 58 \quad 93 - 45 \quad 85 - 37$$

Что ты заметил? Составь еще два столбика с аналогичными заданиями.

7*. Вставь нужное число:

$$52 - 17 > 52 - \square; \quad 44 - 16 < 45 - \square;$$

$$33 - 15 < \square - 15; \quad 65 - 28 > \square - 29.$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 15

Тема. Умножение двузначного числа на однозначное
(внетабличное умножение)

1. Вставь нужное число:

$$23 = 20 + 3; \quad 18 = \square + \square;$$

$$49 = \square + \square; \quad 36 = \square + \square;$$

$$65 = \square + \square; \quad 74 = \square + \square.$$

2. Вычисли (определи значения произведений):

$$30 \cdot 3 \quad 3 \cdot 4 \quad 7 \cdot 2 \quad 6 \cdot 5$$

$$20 \cdot 4 \quad 7 \cdot 9 \quad 4 \cdot 3 \quad 3 \cdot 8$$

$$40 \cdot 2 \quad 3 \cdot 5 \quad 9 \cdot 4 \quad 9 \cdot 3$$

3. Вычисли (определи значения сумм):

$$80 + 15; \quad 70 + 14; \quad 80 + 16;$$

$$60 + 27; \quad 40 + 32; \quad 60 + 36.$$

4. Закончи запись решения (вспомни правило умножения суммы на число):

$$(20 + 3) \cdot 4 = 20 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = \square + \square = \square$$

$$17 \cdot 4 = (10 + 7) \cdot 4 = 40 + 28 = \square$$

$$19 \cdot 5 = (\square + \square) \cdot 5 = \square + \square = \square$$

5*. Сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$.

$$\begin{array}{lll} 12 \cdot 4 * 12 \cdot 3 & 19 \cdot 4 * 19 \cdot 5 & 37 \cdot 2 * 39 \cdot 2 \\ 18 \cdot 5 * 17 \cdot 5 & 25 \cdot 3 * 23 \cdot 3 & 24 \cdot 4 * 22 \cdot 3 \end{array}$$

6*. Выполни действия каждого столбика. Восстанови пропущенные числа:

$$\begin{array}{lll} 24 \cdot 3 = \square & 37 \cdot 2 = \square & 18 \cdot 5 = \square \\ 20 \cdot 3 = \square & \square \cdot 2 = \square & \square \cdot 5 = \square \\ 4 \cdot 3 = \square & \square \cdot 2 = \square & 8 \cdot \square = \square \end{array}$$

Что ты заметил? Составь еще два столбика с аналогичными заданиями.

7*. Вставь нужное число:

$$\begin{array}{lll} 17 \cdot 5 > \square \cdot 3 & 26 \cdot 3 < 4 \cdot \square & \square \cdot \square > 22 \cdot 4 \\ 36 \cdot 2 < \square \cdot 2 & \square \cdot 4 > \square \cdot 3 & \square \cdot 5 < 4 \cdot \square \end{array}$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 16

Тема. Деление двузначного числа на однозначное
(внетабличное деление)

1. Вычисли:

$$\begin{array}{llllllll} 7 \cdot 4 & 5 \cdot 9 & 3 \cdot 6 & 4 \cdot 10 & 36 : 4 & 8 : 2 & 45 : 5 & 40 : 2 \\ 5 \cdot 6 & 3 \cdot 4 & 9 \cdot 4 & 2 \cdot 30 & 18 : 3 & 9 : 3 & 16 : 4 & 60 : 3 \\ 3 \cdot 7 & 4 \cdot 8 & 8 \cdot 3 & 40 \cdot 2 & 24 : 3 & 6 : 2 & 20 : 5 & 80 : 4 \end{array}$$

2. Закончи запись решения (вспомни правило деления суммы на число):

$$\begin{array}{l} (40 + 16) : 4 = 40 : 4 + 16 : \square = \square \\ (50 + 20) : 5 = 50 : 5 + \square : \square = \square \\ (60 + 18) : 3 = 60 : \square + \square : \square = \square \\ (80 + 12) : 4 = \square : \square + \square : \square = \square \end{array}$$

3. Выдели наибольшее количество десятков, которое делится на данный делитель с получением десятков. Записывай так:

$$\begin{array}{lll} 72 : 6 \rightarrow 60 : 6 & 96 : 6 \rightarrow \square : \square & 96 : 4 \rightarrow \square : \square \\ 75 : 5 \rightarrow \square : \square & 72 : 4 \rightarrow \square : \square & 78 : 3 \rightarrow \square : \square \\ 72 : 3 \rightarrow \square : \square & 80 : 5 \rightarrow \square : \square & 96 : 8 \rightarrow \square : \square \end{array}$$

4. Вычисли:

$$72 : 6 = (60 + 12) : 6 = \square; \quad 80 : 5 = (50 + 30) : 5 = \square$$

$$\begin{array}{cccccc} 96 : 4 & 96 : 8 & 75 : 5 & 72 : 4 & 78 : 3 & 72 : 3 & 96 : 6 \\ 60 : 4 & 92 : 4 & 38 : 2 & 58 : 2 & 34 : 2 & 78 : 6 & 96 : 8 \end{array}$$

5*. Выполни действия каждого столбика. Восстанови пропущенные числа:

$$\begin{array}{cccccc} 54 : 3 & 78 : 3 & 96 : 4 & 96 : 6 & 60 : \square & 92 : \square \\ 30 : 3 & 60 : 3 & 80 : 4 & 60 : \square & 40 : 4 & 80 : \square \\ 24 : 3 & 18 : 3 & 16 : \square & \square : 6 & 20 : 4 & \square : 4 \end{array}$$

Что ты заметил? Составь еще два столбика с аналогичными заданиями.

6*. Вставь нужное число:

$$78 : 3 > 78 : \square; \quad 96 : 4 < 96 : \square; \quad 58 : \square > 84 : 3; \quad 45 : 3 < \square : 3$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 17

Тема. Умножение однозначного числа на двузначное

1. Замени суммой разрядных слагаемых:

$$\begin{array}{lll} 87 = 80 + 7; & 95 = \square + \square; & 76 = \square + \square; \\ 39 = \square + \square; & 26 = \square + \square; & 63 = \square + \square; \\ 54 = \square + \square; & 88 = \square + \square; & 52 = \square + \square. \end{array}$$

2. Вычисли:

$$\begin{array}{ccccc} 5 \cdot 10 & 6 \cdot 4 & 7 \cdot 3 & 40 + 16 & 30 + 24 \\ 3 \cdot 10 & 4 \cdot 5 & 9 \cdot 2 & 50 + 20 & 40 + 12 \\ 7 \cdot 10 & 7 \cdot 6 & 3 \cdot 6 & 60 + 21 & 50 + 25 \end{array}$$

3. Закончи запись решения (вспомни правило умножения числа на сумму):

$$\begin{array}{l} 4 \cdot (10 + 7) = 4 \cdot 10 + \square \cdot \square = \square; \\ 3 \cdot (20 + 4) = 3 \cdot \square + \square \cdot \square = \square. \end{array}$$

4. Вычисли:

$$\begin{array}{l} 4 \cdot 23 = 4 \cdot (20 + 3) = 4 \cdot 20 + 4 \cdot 3 = \square + \square = \square; \\ 3 \cdot 17 = 3 \cdot (10 + 7) = 3 \cdot \square + \square \cdot \square = \square + \square = \square; \\ 2 \cdot 36 = \square; \quad 3 \cdot 24 = \square; \quad 4 \cdot 19 = \square; \quad 3 \cdot 28 = \square. \end{array}$$

5. Вспомни переместительный закон умножения.

$$4 \cdot 19 = 19 \cdot \square; \quad 6 \cdot 13 = \square \cdot \square; \quad 5 \cdot 17 = \square \cdot \square; \quad 2 \cdot 38 = \square \cdot \square.$$

6. Вычисли (вспомни правило умножения суммы на число):

$$4 \cdot 19 = 19 \cdot 4 = (10 + 9) \cdot 4 = 10 \cdot 4 + 9 \cdot 4 = \square + \square = \square$$

$$3 \cdot 27 = 27 \cdot \square = (\square + \square) \cdot \square = \square \cdot \square + \square \cdot \square = \square + \square = \square$$

$$3 \cdot 18; \quad 2 \cdot 45; \quad 4 \cdot 23; \quad 5 \cdot 18; \quad 6 \cdot 14; \quad 2 \cdot 43.$$

7*. Сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$.

$$19 \cdot 5 * 5 \cdot 19 \quad 17 \cdot 3 * 27 \cdot 3 \quad 3 \cdot 28 * 27 \cdot 2$$

$$18 \cdot 3 * 18 \cdot 4 \quad 32 \cdot 2 * 3 \cdot 32 \quad 4 \cdot 19 * 29 \cdot 2$$

8*. Вставь нужное число:

$$29 \cdot \square > 28 \cdot 3; \quad 2 \cdot 24 < \square \cdot 24; \quad 19 \cdot 5 > \square \cdot 5; \quad \square \cdot 39 < 26 \cdot \square.$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 18

Тема. Деление двузначного числа на двузначное

1. Вычисли :

$$10 \cdot 6 \quad 7 \cdot 3 \quad 5 \cdot 4 \quad 40 + 24$$

$$20 \cdot 3 \quad 8 \cdot 3 \quad 7 \cdot 5 \quad 30 + 27$$

$$30 \cdot 2 \quad 6 \cdot 3 \quad 8 \cdot 4 \quad 60 + 21$$

$$20 \cdot 4 \quad 9 \cdot 4 \quad 7 \cdot 6 \quad 40 + 32$$

2. Вычисли (вспомни правило умножения суммы на число):

$$17 \cdot 4 = 10 \cdot \square + 7 \cdot \square = \square$$

$$17 \cdot 4; \quad 23 \cdot 3; \quad 46 \cdot 2; \quad 38 \cdot 2; \quad 28 \cdot 3.$$

3. Вставь нужное число:

$$23 \cdot \square = 69 \quad 16 \cdot \square = 48 \quad 27 \cdot \square = 81 \quad 19 \cdot \square = 76$$

$$18 \cdot \square = 54 \quad 17 \cdot \square = 68 \quad 25 \cdot \square = 75 \quad 13 \cdot \square = 52$$

4. Вычисли и покажи как нашёл частное:

$$48 : 24 = \square \quad 24 \cdot \square = 48 \quad 85 : 17 = \square \quad 17 \cdot \square = 85$$

$$64 : 32 = \square \quad 32 \cdot \square = 64 \quad 81 : 27 = \square \quad 27 \cdot \square = 81$$

5*. Найди частные с одинаковым значением, не вычисляя их. Запиши в отдельную строчку частные с одинаковым значением.

Выполни деление и проверь свои предположения:

$$54 : 18 \quad 96 : 32 \quad 27 : 9 \quad 48 : 16 \quad 18 : 6 \quad 24 : 8$$

$$56 : 28 \quad 28 : 14 \quad 81 : 27 \quad 63 : 21 \quad 96 : 48 \quad 18 : 9$$

6*. Сравни выражения в каждой строке и поставь между ними знаки сравнения: $>$, $<$ или $=$.

$$\begin{array}{lll} 51 : 17 * 39 : 13 & 64 : 4 * 64 : 2 & 90 : 15 * 80 : 20 \\ 96 : 24 * 48 : 12 & 64 : 8 * 64 : 4 & 69 : 23 * 96 : 32 \end{array}$$

7*. Вставь нужное число:

$$48 : \square > \square : 24; \quad 96 : 6 < 96 : \square; \quad \square : 15 > \square : 14.$$

Найди несколько значений $\square$ для каждого неравенства.

КАРТОЧКА № 19

Тема. Сложение (письменные вычисления)

1. Вычисли:

$$\begin{array}{lllll} 5 + 4 & 3 + 9 & 3 + 4 & 0 + 6 & 3 \text{ дес.} + 6 \text{ дес.} \\ 6 + 4 & 2 + 7 & 5 + 3 & 5 + 0 & 8 \text{ дес.} + 5 \text{ дес.} + 3 \text{ дес.} \end{array}$$

2. Вставь пропущенные числа:

$$\begin{array}{ll} 27 = \square \text{ дес.} + \square \text{ ед.} & 73 \text{ дес.} = \square \text{ сот.} + \square \text{ дес.} \\ 19 = \square \text{ дес.} + \square \text{ ед.} & 93 \text{ дес.} = \square \text{ сот.} + \square \text{ дес.} \\ 36 = \square \text{ дес.} + \square \text{ ед.} & 68 \text{ дес.} = \square \text{ сот.} + \square \text{ дес.} \end{array}$$

3. Закончи запись решения (вспомни правило прибавления суммы к сумме):

$$\begin{array}{l} (200 + 60 + 4) + (400 + 30 + 5) = (200 + 400) + (\square + \square) + (\square + \square) = \square; \\ (500 + 40 + 6) + (300 + 60 + 3) = (\square + \square) + (\square + \square) + (\square + \square) = \square. \end{array}$$

4. Реши примеры, записывая столбиком. Помни: единицы складывай с единицами, десятки с десятками, сотни с сотнями.

$$124 + 658; \quad 94 + 825; \quad 487 + 150.$$

5*. Найди значения сумм:

$$236 + 127; \quad 728 + 216; \quad 119 + 535.$$

Измени первое слагаемое в каждой сумме так, чтобы при сложении во всех разрядах получилось число, меньшее десяти.

6*. Поставь вместо звездочек цифры так, чтобы получились верные результаты:

$$\begin{array}{r} 4*5 \\ + 21* \\ \hline *93 \end{array} \quad \begin{array}{r} 87* \\ + *18 \\ \hline 9*7 \end{array}$$

7*. Сравни суммы и расположи их в порядке возрастания значений:

$$256 + 517; \quad 256 + 589; \quad 256 + 511; \quad 256 + 561.$$

Проверь свои предположения вычислением.

КАРТОЧКА № 20

Тема. *Вычитание (письменные вычисления)*

1. Вычисли:

$$9 - 6; \quad 10 - 7; \quad 13 - 8; \quad 11 - 9; \quad 15 - 6; \quad 8 - 0; \quad 15 - 0.$$

2. Вставь нужные числа:

$$1 \text{ дес. } 8 \text{ ед.} = \square \text{ ед.} \quad 2 \text{ сот. } 7 \text{ дес.} = \square \text{ дес.}$$

$$1 \text{ дес. } 4 \text{ ед.} = \square \text{ ед.} \quad 3 \text{ сот. } 3 \text{ дес.} = \square \text{ дес.}$$

3. Выполни действия:

$$7 \text{ дес.} - 4 \text{ дес.}; \quad 17 \text{ дес.} - 8 \text{ дес.}; \quad 15 \text{ дес.} - 9 \text{ дес.}$$

4. Закончи запись вычисления (вспомни правило вычитания суммы из суммы):

$$(600 + 80 + 7) - (200 + 40 + 4) = (600 - 200) + (\square - \square) + (\square - \square) = \square + \square + \square = \square.$$

5. Реши примеры:

$$\begin{array}{r} 595 \\ - 362 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 721 \\ - 390 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 612 \\ - 248 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 961 \\ - 875 \\ \hline \end{array}$$

Проверь сложением.

6. Реши примеры, записывая их столбиком:

$$884 - 695; \quad 536 - 81; \quad 435 - 309.$$

Проверь сложением.

7*. Реши примеры, записывая их столбиком:

$$369 + 726; \quad 609 + 327; \quad 845 + 96.$$

По каждому примеру на сложение составь два примера на вычитание (проверь сложением).

8*. Поставь вместо звездочек такие цифры, чтобы получились верные результаты:

$$\begin{array}{r} \underline{936} \\ 23* \\ **3 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{835} \\ 4*7 \\ *6* \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{70*} \\ **7 \\ 52* \end{array}$$

Проверь сложением или вычитанием.

КАРТОЧКА № 21

Тема. Умножение на однозначное число
(письменные вычисления)

1. Вычисли:

$$\begin{array}{ccccccc} 8 \cdot 7 & 8 \cdot 8 & 6 \cdot 4 & 7 \cdot 8 & 9 \cdot 6 & 4 \cdot 7 & 7 \cdot 9 \\ 6 \cdot 6 & 0 \cdot 8 & 9 \cdot 1 & 1 \cdot 7 & 2 \cdot 8 & 7 \cdot 0 & 7 \cdot 8 \end{array}$$

2. Вставь нужные числа:

$$\begin{array}{ll} 57 = \square \text{ дес. } \square \text{ ед.} & 28 \text{ дес.} = \square \text{ сот. } \square \text{ дес.} \\ 94 = \square \text{ дес. } \square \text{ ед.} & 3 \text{ сот. } 3 \text{ дес.} = \square \text{ дес.} \end{array}$$

3. Выполни указанные действия:

$$36 \text{ дес.} + 8 \text{ дес.}; \quad 65 \text{ сот.} + 7 \text{ сот.}; \quad 27 \text{ тыс.} + 9 \text{ тыс.}$$

4. Закончи запись вычисления (вспомни правило умножения суммы на число):

$$\begin{array}{l} 126 \cdot 4 = (100 + 20 + 6) \cdot 4 = 100 \cdot 4 + \square \cdot \square + \square \cdot \square = \square \\ 2064 \cdot 3 = (2000 + 60 + 4) \cdot 3 = 2000 \cdot 3 + \dots \end{array}$$

5. Выполни умножение по образцу: 635

$$\begin{array}{r} 327 \cdot 6; \quad 409 \cdot 3; \quad 2043 \cdot 7. \quad \begin{array}{r} \times 4 \\ 2540 \end{array} \end{array}$$

6*. Вычисли произведения:

$$604 \cdot 8; \quad 703 \cdot 6; \quad 904 \cdot 4.$$

Измени каждое произведение так, чтобы его значение стало в 2 раза меньше. Проверь вычислением.

7*. Найди рациональный способ вычисления:

$$\begin{array}{l} 167 \cdot 4 + 233 \cdot 4 + 600 \cdot 4; \\ 639 \cdot 2 + 1361 \cdot 2 + 2 \cdot 3000; \\ 230 \cdot 2 + 230 \cdot 8 + 5 \cdot 500. \end{array}$$

Можно ли найти значения этих выражений, не выполняя действий в столбик? Какие законы (свойства) ты применил?

КАРТОЧКА № 22

**Тема. Деление на однозначное число
(письменные вычисления)**

1. Выполни деление с остатком:

$$\begin{array}{lll} 86 : 9 = 9 \text{ (ост. } 5) & 58 : 7 = \square \text{ (ост. } \square) & 65 : 8 = \square \text{ (ост. } \square) \\ 36 : 6 = \square \text{ (ост. } \square) & 48 : 7 = \square \text{ (ост. } \square) & 91 : 10 = \square \text{ (ост. } \square) \\ 4 : 5 = 0 \text{ (ост. } \square) & 2 : 9 = \square \text{ (ост. } \square) & 5 : 6 = \square \text{ (ост. } \square) \end{array}$$

2. Вставь нужные числа:

$$\begin{array}{ll} 6 \text{ тыс. } 7 \text{ сот.} = \square \text{ сот.} & 7 \text{ сот. } 3 \text{ дес.} = \square \text{ дес.} \\ 9 \text{ сот.} = \square \text{ дес.} & 28 \text{ дес.} = \square \text{ сот. } \square \text{ дес.} \end{array}$$

3. Вычисли:

$$\begin{array}{lllllll} 36 : 6 & 81 : 9 & 27 : 9 & 64 : 8 & 58 : 7 & 42 : 6 & 28 : 4 \\ 0 : 7 & 0 : 9 & 7 : 7 & 0 : 5 & 4 : 8 & 7 : 9 & 7 : 5 \end{array}$$

4. Выполни действия:

$$11 - 6; \quad 48 - 44; \quad 80 - 73; \quad 12 - 8; \quad 63 - 56; \quad 15 - 6.$$

5. Замен число суммой разрядных слагаемых:

$$\begin{array}{l} 678 = 600 + 70 + 8; \quad 87128 = \square + \square + \square + \square + \square; \\ 1324 = \square + \square + \square + \square. \end{array}$$

6. Выдели первое неполное делимое. Определи количество цифр в частном. Обозначь эти цифры точками. Например:

$$\begin{array}{l} 8436 : 4 = \cdot \cdot \cdot \cdot \\ 2545 : 5; \quad 84124 : 6; \quad 42357 : 7; \quad 73626 : 7. \end{array}$$

7*. Используя алгоритм деления:

- 1) определи первое неполное делимое;
 - 2) узнай, сколько цифр в частном;
 - 3) найди первую цифру частного;
 - 4) проверь ее;
 - 5) определи второе неполное делимое и т.д.
- Объясни, как выполнено действие.

$$\begin{array}{r} 7296 \overline{) 8} \\ \underline{72} 912 \\ 9 \\ \underline{8} \\ 16 \\ \underline{16} \\ 0 \end{array}$$

КАРТОЧКА № 23

**Тема. Письменное умножение на круглые числа
(40, 600, 700)**

1. Выполни действия:

$$7 \cdot 10; \quad 8 \cdot 100; \quad 6 \cdot 1000.$$

2. Вставь нужные числа:

$$80 = 8 \cdot \square; \quad 700 = \square \cdot 100; \quad 300 = 3 \cdot \square.$$

3. Вычисли:

$$\begin{array}{cccc} 14 \cdot 6 & 132 \cdot 4 & 29 \cdot 5 & 103 \cdot 6 \\ 26 \cdot 100 & 127 \cdot 100 & 39 \cdot 10 & 18 \cdot 1000 \end{array}$$

4. Закончи запись вычисления (вспомни правило умножения числа на произведение):

$$18 \cdot 400 = 18 \cdot (4 \cdot 100) = (18 \cdot 4) \cdot 100 = \square \cdot 100 = \square$$

$$125 \cdot 20 = 125 \cdot (2 \cdot 10) = (125 \cdot 2) \cdot 10 = \square \cdot 10 = \square$$

5. Вычисли:

$$32 \cdot 200; \quad 129 \cdot 20; \quad 103 \cdot 40; \quad 67 \cdot 600; \quad 116 \cdot 800.$$

6*. Измени запись каждого произведения так, чтобы его значение стало в 2 раза больше:

$$207 \cdot 400; \quad 672 \cdot 30; \quad 144 \cdot 200.$$

Выполни указанные действия и проверь свои догадки.

7*. Сравни выражения и поставь нужный знак: $>$, $<$ или $=$.

$$324 \cdot 40 * 162 \cdot 80 \quad 103 \cdot 200 * 206 \cdot 400$$

$$720 \cdot 80 * 72 \cdot 800 \quad 94 \cdot 60 * 904 \cdot 60$$

Вычисли и проверь свои догадки.

КАРТОЧКА № 24

Тема. Умножение на двузначные и трехзначные числа

1. Вычисли:

$$7 \cdot 7; \quad 4 \cdot 6; \quad 7 \cdot 4; \quad 8 \cdot 4; \quad 3 \cdot 9; \quad 9 \cdot 6; \quad 7 \cdot 5.$$

2. Заполни пропуски:

$$78 = \square \text{ дес. } \square \text{ ед.}; \quad 36 \text{ дес.} = \square \text{ сот. } \square \text{ дес.}; \quad 59 \text{ сот.} = \square \text{ тыс. } \square \text{ сот.}$$

3. Выполни действия:

$$\begin{array}{ccc} 58 \text{ дес.} + 7 \text{ дес.} & 8 + 7 & 9 + 6 \\ 49 \text{ сот.} + 9 \text{ сот.} & 9 + 5 & 8 + 4 \\ 32 \text{ тыс.} + 4 \text{ тыс.} & 7 + 3 & 6 + 4 \end{array}$$

4. Сложи столбиком, подписывая так: $(932 + 72 \text{ дес.})$

$$\begin{array}{r} 932 \\ + 720 \\ \hline 1652 \end{array}$$

$1625 + 725 \text{ дес.}$

$3275 + 35 \text{ сот.}$

$2075 + 1711 \text{ дес.} + 102 \text{ сот.}$

5. Определи, сколько получится неполных произведений при решении каждого примера: $1836 \cdot 24$ (два)

$328 \cdot 106 (...)$; $7216 \cdot 84 (...)$; $13075 \cdot 6721 (...)$.

6*. Вычисли произведения:

$117 \cdot 248$; $509 \cdot 806$; $407 \cdot 237$; $524 \cdot 720$.

Измени каждое произведение так, чтобы его значение увеличилось в 2 раза. Проверь свои догадки вычислением.

7*. Выполни указанные действия:

$237 \cdot 536$; $323 \cdot 198$; $652 \cdot 208$; $523 \cdot 718$.

Измени запись каждого произведения так, чтобы его значение уменьшилось в 2 раза. Проверь свои догадки вычислением.

8*. Найди рациональный способ вычисления:

$198 \cdot 305 + 102 \cdot 305 + 305 \cdot 400$; $374 \cdot 400 + 626 \cdot 400 + 1000 \cdot 273$.

9*. Выполни указанные действия:

$540 + 357 \cdot 527 + 481$; $(540 + 357) \cdot 527 + 481$.

Сравни выражения. Что ты о них можешь сказать? Измени любое из них так, чтобы значение выражения не изменилось. Проверь вычислением.

10*. Восстанови утраченные цифры:

$$\begin{array}{r} \times 63^* \\ 87 \\ + **38 \\ \hline **** \\ ***** \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 48^* \\ *5 \\ + **35 \\ \hline **4^* \\ 2191^* \end{array}$$

КАРТОЧКА № 25

Тема. Деление на круглые числа

1. Вставь нужное число:

$$70 = 7 \cdot \square; \quad 900 = 9 \cdot \square; \quad 30 = 3 \cdot \square.$$

2. Выполни деление с остатком:

$$263 : 100 = 2 \text{ (ост. 63)} \quad 7966 : 100$$

$$1983 : 100 = \text{(ост. 83)} \quad 2626 : 100$$

$$23 : 100 = 0 \text{ (ост. } \square) \quad 3652 : 100$$

3. Вычисли:

$$72 : 8 \quad 63 : 7 \quad 7 \cdot 6 \quad 7 \cdot 8 \quad 9 \cdot 4 \quad 8 \cdot 9$$

$$35 : 7 \quad 64 : 8 \quad 5 \cdot 8 \quad 7 \cdot 7 \quad 8 \cdot 3 \quad 6 \cdot 9$$

4. Выполни деление с остатком:

$$26 : 5 = 5 \text{ (ост. 1)}; \quad 78 : 8 = \square \text{ (ост. } \square); \quad 60 : 9 = \square \text{ (ост. } \square)$$

5. Закончи запись вычисления (вспомни правило деления числа на произведение):

$$360 : (4 \cdot 10) = (360 : 10) : 4 = 9;$$

$$1800 : (6 \cdot 100) = (1800 : 100) : \square = \square.$$

6. Вычисли:

$$7200 : 800; \quad 1230 : 30; \quad 6300 : 70; \quad 27900 : 900.$$

7*. Выполни указанные действия:

$$23700 : 300; \quad 64800 : 800; \quad 7200 : 40.$$

Запись каждого частного измени так, чтобы его значение уменьшилось в 2 раза. Проверь свои догадки вычислением.

КАРТОЧКА № 26

Тема. Деление на двузначное число

1. Определи количество цифр в частном (обозначь количество цифр точками), для этого выдели первое неполное делимое.

$$32384 : 92; \quad 11475 : 27; \quad 42572 : 58.$$

2. Замени данные числа ближайшими круглыми числами:

$$84; \quad 32; \quad 69; \quad 27; \quad 48; \quad 53; \quad 45.$$

3. Выполни действия:

$$\begin{array}{ll} 174 : 10 = \square \text{ (ост. } \square) & 649 : 10 = \square \text{ (ост. } \square) \\ 36 : 8 = \square \text{ (ост. } \square) & 19 : 3 = \square \text{ (ост. } \square) \\ 298 : 10 = \square \text{ (ост. } \square) & 73 : 9 = \square \text{ (ост. } \square) \\ 5 : 7 = \square \text{ (ост. } \square) & 12 : 19 = \square \text{ (ост. } \square) \end{array}$$

4. Выполни действия:

$$\begin{array}{ccccc} 0 : 7 & 18 \cdot 5 & 67 - 59 & 101 - 96 & 453 - 309 \\ 0 : 12 & 26 \cdot 3 & 83 - 75 & 126 - 98 & 609 - 289 \\ 24 \cdot 4 & 19 \cdot 4 & 72 - 48 & 394 - 178 & 579 - 634 \end{array}$$

5. Определи значения частного:

$$\begin{array}{ll} 17118 : 27 & 24694 : 24 \\ 16797 : 33 & 168448 : 56 \\ 14973 : 69 & 1152 : 12 \end{array}$$

Проверь деление умножением.

6*. Найди рациональный способ вычисления:

$$11628 : 57 - 10488 : 57 + 57 \cdot 80$$

7*. Восстанови цифры, которые должны стоять вместо звездочек.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} \times \quad 608 \\ \quad *7 \\ \hline + \quad *** \\ \hline **** \\ \hline ***** \end{array} \quad \begin{array}{r} \begin{array}{r} \underline{135*8} \overline{)38} \\ *** \\ \hline *** \\ \hline *** \\ \hline ***8 \\ \hline *** \\ \hline 0 \end{array} \end{array}$$

Проверь умножением или делением.

КАРТОЧКА № 27

Тема. Деление на трехзначное число

1. Определи количество цифр в частном:

$$3888 : 432; \quad 10276 : 367; \quad 585040 : 284; \quad 54212 : 106.$$

2. Замени ближайшим круглым числом (сотнями):

$$675; \quad 223; \quad 384; \quad 812.$$

3. Выполни действия:

$$5483 : 100 = 54 \text{ (ост. 83)}$$

$$36 : 5 = \square \text{ (ост. } \square \text{)}$$

$$298 : 10 = \square \text{ (ост. } \square \text{)}$$

$$9 : 2 = \square \text{ (ост. } \square \text{)}$$

$$7469 : 100 = \square \text{ (ост. } \square \text{)}$$

$$58 : 9 = \square \text{ (ост. } \square \text{)}$$

$$64 : 9 = \square \text{ (ост. } \square \text{)}$$

$$0 : 254 = \square \text{ (ост. } \square \text{)}$$

4. а) Выполни умножение:

$$8 \cdot 8$$

$$9 \cdot 7$$

$$9 \cdot 8$$

$$6 \cdot 4$$

$$7 \cdot 7$$

$$375 \cdot 2$$

$$6 \cdot 3$$

$$8 \cdot 6$$

$$7 \cdot 8$$

$$3 \cdot 7$$

$$109 \cdot 5$$

$$269 \cdot 4$$

б) Вычисли разность:

$$877 - 738;$$

$$1064 - 978;$$

$$639 - 505.$$

5. Найди частное:

$$3888 : 432$$

$$10276 : 367$$

$$81606 : 402$$

$$62296 : 73$$

Сделай проверку.

6*. Найди рациональный способ вычисления:

$$8652 : 42 - 8526 : 42 + 42 \cdot 7$$

7*. Восстанови цифры, которые должны стоять вместо звездочек.

$$\begin{array}{r} \times 63^* \\ 87 \\ + \frac{**38}{****} \\ \hline ***** \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{*2*5*}{***} \overline{) 325} \\ \underline{***} \\ *0*5 \\ \underline{*9**} \\ *5* \\ \underline{***} \\ 0 \end{array}$$

8*. Выполни действия:

$$8124 : 3;$$

$$6039 : 9;$$

$$896 : 4;$$

$$12030 : 5.$$

9*. Найди ошибки и причину их появления:

$$\begin{array}{r} \frac{296}{24} \overline{) 4} \\ \underline{24} \\ 5 \\ \underline{4} \\ 16 \\ \underline{16} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{2442}{24} \overline{) 6} \\ \underline{24} \\ 42 \\ \underline{42} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{1523}{12} \overline{) 4} \\ \underline{12} \\ 32 \\ \underline{32} \\ 3 \end{array}$$

КАРТОЧКА № 28

Тема. *Выполнение всех арифметических действий
(правило скобок)*

1. Найди значения выражений:

$$(1003 - 300202 : 523) \cdot 204;$$

$$180848 : 356 \cdot (12680 + 7120 - 18900) : 25 - 1800;$$

$$(162000 - 216 \cdot 750) \cdot (816 : 4) + 1000.$$

Значение какого выражения оказалось найти легче всего? Почему?

2. Восстанови цифры, которые должны стоять вместо звездочек:

$$\begin{array}{r} 3^* \\ \times *3 \\ \hline *6 \\ + *4 \\ \hline *** \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2^*7 \\ - *6^* \\ \hline *28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times ** \\ \hline ** \\ + ** \\ \hline *** \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8^{**} \overline{) * } \\ \underline{**} \quad *8 \\ - ** \\ \hline ** \\ \hline 0 \end{array}$$

3. Найди значение выражения двумя способами:

$$147 \cdot 11 + 253 \cdot 11 - 200 \cdot 11.$$

4. Найди значения выражений:

$$128 \cdot 430 - 6795 + - 34125 : 375;$$

$$78 \cdot 29 + 6573 : 313 - 408;$$

$$5871 : 103 + (247 - 82) : 5 - 1;$$

$$(110292 : 14 : 101 + 4129 - 3127) \cdot (1237 - 23138 : 23).$$

В каких выражениях можно изменить порядок действий так, чтобы значения их не изменились? Запиши новые выражения и проверь, правильно ли ты выполнил изменение порядка действий.

5*. Выполни умножение:

а) $537 \cdot 560$	$684 \cdot 820$	б) $708 \cdot 600$	$906 \cdot 800$
$726 \cdot 590$	$735 \cdot 350$	$405 \cdot 200$	$507 \cdot 700$

По каким признакам произведения разделены на два столбика «а» и «б»? В каких из них было легче выполнить умножение? Почему?

Рассмотри произведение: $708 \cdot 560$. Как оно составлено? Откуда взяты его множители? Составь такие же произведения.

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

ОЗНАКОМЛЕНИЕ С ПОНЯТИЕМ «ЗАДАЧА»

В окружающей нас жизни возникает множество таких жизненных ситуаций, которые связаны с числами и требуют выполнения арифметических действий над ними, это — задачи.

С начала и до конца обучения в школе математическая задача помогает ученику вырабатывать продуктивные математические понятия, глубже понимать различные стороны взаимосвязей с окружающей его жизнью, дает возможность применять изучаемые теоретические положения на практике, позволяет устанавливать разнообразные числовые отношения в наблюдаемых явлениях. В то же время решение задач способствует развитию мышления ребенка.

Иногда в понятие задачи включают более широкий смысл. Так, например, встречаются задачи без числовых данных, в которых нужно по указанным признакам и связям сделать логически выводимое умозаключение, или задачи, требующие выведения доказательства на основе ранее известных определений и свойств. В начальных классах обычно рассматриваются математические задачи в более узком смысле, т.е. те, которые содержат числовые значения величин, хотя в целях развития сообразительности полезно иногда предлагать задачу в виде логического вопроса.

С понятием «задача» мы знакомим учащихся в 1 классе. Рассмотрим различные подходы к его введению.

РАЗЛИЧНЫЕ ПОДХОДЫ К ВВЕДЕНИЮ ПОНЯТИЯ «ЗАДАЧА»

Подготовительная работа начинается с первых дней занятия ребенка в школе:

1. На одном из первых уроков детям предлагается выполнение операций над множествами: объединение двух множеств без общих

элементов и удаление части из множества. Такие задания по своей форме не отличаются от задач, но выполняются чисто практически. Например, учитель читает задачу: «Мальчик вырезал 3 красных кружка и 1 синий. Сколько всего кружков вырезал мальчик?» Дети выкладывают на партах сначала 3 красных кружка, затем 1 синий; соединяют их вместе и находят число всех кружков путем счета. Можно предложить такую задачу: «Коля вырезал 5 кружков, 2 кружка он подарил другу. Сколько кружков осталось у Коли?» Учащиеся выкладывают 5 кружков, затем 2 кружка отодвигают и пересчитывают оставшиеся.

2. Учитель знакомит учащихся со **смыслом действий** сложения и вычитания. Первоклассники учатся переводить на язык математических символов ситуацию, изображенную на рисунке, реальное жизненное явление. Внимание фиксируется на том, что обозначают «+» и «-».

Например, по рисункам или схемам (рис.1) дети учатся объяснять: «К 3 рыбкам приплыла 1, стало 4. 3 рыбки да еще 1, всего 4. К 3 прибавить 1, получится 4. Слово «прибавить» при записи заменяется знаком «+» (плюс).

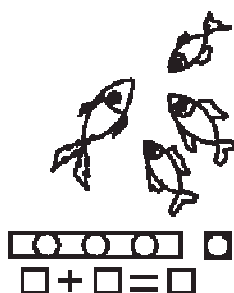


Рис 1.

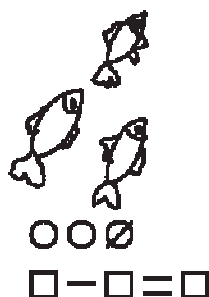


Рис 2.

Объяснение по рис. 2: «Было 3 рыбки, 1 уплыла, осталось 2. 3 без 1 — это 2. Из 3 вычесть 1, останется 2». На рисунке дается и результат, только его нужно научиться видеть. При этом у учеников не возникает особой необходимости задаваться вопросом: «Сколько всего?» или «Сколько осталось?»

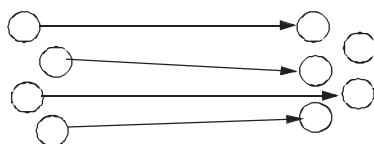
Важно, чтобы эти подготовительные упражнения включали разнообразные жизненные ситуации, например:

а) У девочки было 3 цветных карандаша. Брат подарил ей еще 2 карандаша. Сколько карандашей стало у девочки?

б) Из гаража сначала выехало 6 машин, а потом 3 машины. Сколько всего машин выехало из гаража?

Решая задачи, подобные приведенным выше, ученики оперируют предметами или с их заместителями и связывают свои действия с действиями сложения. При этом они вслух ведут рассуждение: у девочки стало 3 да 2 карандаша — всего 5 карандашей, значит, к 3 прибавить 2, получится 5. Результат арифметического действия в это время дети находят путем счета предметов, поскольку еще незнакомы с приемами вычислений.

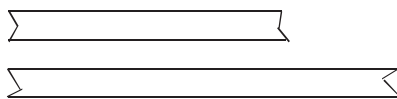
3. На первых уроках учитель на основе беседы с детьми определяет, как они понимают слова «больше — меньше — столько же», «длиннее — короче — такой же длины», «выше — ниже», «дороже — дешевле». Например, предлагается задание: «Рассмотри рисунок:



Где кругов меньше — слева или справа? Сколько их? Где кругов больше? Как узнали? Что нужно сделать, чтобы кругов слева и справа было поровну?»

Благодаря данным и последующим, похожим на эти, упражнениям дети интуитивно усваивают понятия взаимно однозначного соответствия. Подобные действия с различными предметами нужно повторить неоднократно до тех пор, пока все ученики не только поймут, но и станут употреблять в своей речи введенные термины (столько же, меньше, больше, одинаково, увеличить и др.) без ошибок.

Для пояснения понятия «длиннее — короче» можно взять 2 ленты, одинаковые по ширине, но разной длины.



— Какая лента длиннее? Какая короче?

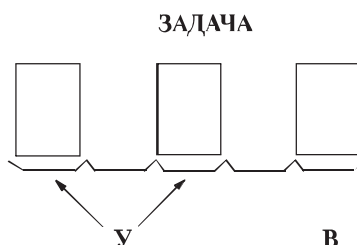
Работа с указанными понятиями и рядом других контрастных понятий не является кратковременной. Она сопутствует изучению счета и закрепляется при решении задач. При этом важно, чтобы с течением времени контрастные понятия употреблялись не только в связи с конкретным числовым материалом, но и в абстрактном

виде. Например, ученики должны ответить на вопросы: «Где больше воды — в ведре или в стакане?»; «Что ближе — твоя квартира или спортивный зал школы?»; «Кто выше — жираф или бегемот?»; «Что шире — река или ручей?» и т.п.

При *ознакомлении* с задачами лучше первую предлагать не в готовом виде, а составлять ее вместе с детьми. Покажем, как можно провести такую работу.

— *Сегодня мы с вами будем составлять задачу про карандаши. Оля и Аня убирали карандаши в коробку. Оля положила в коробку 4 карандаша. (Ученица берет со стола 4 карандаша и кладет их в коробку.) Аня положила в коробку 2 карандаша. (Ученица берет со стола 2 карандаша и кладет их в ту же коробку.) Что мы пока не знаем? Что можно узнать? (Сколько всего карандашей в коробке.) А теперь повторим всю задачу: «Оля положила в коробку 4 карандаша, а Аня положила 2 карандаша. Сколько всего карандашей в коробке?» (Если дети не смогут составить текст, то девочки снова повторяют свои действия, и, наблюдая за ними, дети составляют текст задачи.)*

С целью облегчения усвоения понятия «задача» и порядка работы над ней можно использовать опорную таблицу с динамическими элементами — съемными карточками (см. книгу С.Н. Лысенковой «Когда легко учиться»).



Слова «задача», «решение» записаны полностью. Большими буквами даны: условие (У), вопрос (В) и ответ (О) (последние две буквы — В и О красного цвета). Используются такие карточки с цифрами и знаками «+», «–», «=», «?».

Остановимся подробно на методике работы с опорной таблицей.

— *Повторите задачу, которую мы составили.* (Дети повторяют.)

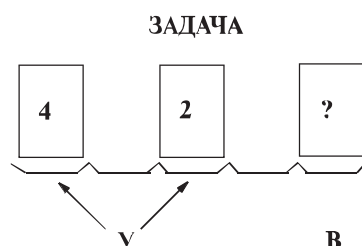
— *А теперь повторите ту часть задачи, в которой говорится о том, что нам известно.* (Оля положила в коробку 4 карандаша, а Аня 2 карандаша.) Учитель берет карточки с цифрами 4 и 2 и вставляет их в первые 2 окошечка таблицы.

— Это известно в задаче, это **условие** задачи. Учитель указывает на букву **У** и повторяет с учениками новый для них термин.

— Что мы пока не знаем? Что спрашивается в задаче?

— Сколько карандашей в коробке? Это **вопрос** задачи.

В красное окошечко вставляется карточка со знаком «?», и таблица приобретает вид:



Учитель показывает на букву **В**, повторяет с детьми термин «вопрос задачи».

В задаче всегда о чем-то спрашивается, без вопроса нет задачи.

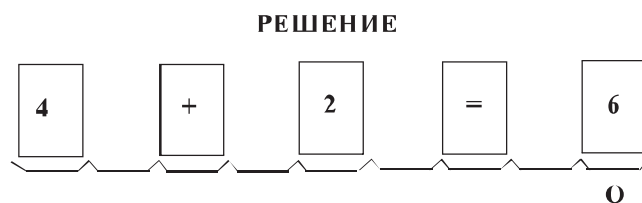
Подводится итог.

— Итак, задача состоит из условия и вопроса. В условии говорится о данных числах, а в вопросе — о том, что неизвестно. (Одновременно учитель переводит указку с одного знака на другой, дети получают зрительное подкрепление того, что слышат.)

— Повторите условие задачи и ее вопрос.

— У нас получилась задача, которую нужно решить.

На таблице слово **задача** закрывается карточкой со словом **решение**.



Умеющий читать ученик читает это слово, а все остальные повторяют за учителем.

— Как узнать, сколько всего карандашей в коробке?

— Было карандашей 4 да еще 2; надо к 4 прибавить 2.

— Поставим карточку со знаком «+» между числами 4 и 2, затем карточку со знаком «=» и посчитаем, сколько получится, если к 4 прибавить 2:

$4 + 2 = 6$ — это **решение** задачи.

— Карточку с цифрой 6 ставим на знак «?» в красное окошечко.

— Проверим, верно ли мы решили задачу. Посчитаем, сколько карандашей в коробке.

— Шесть.

— Значит, задача решена верно. Число 6 — **ответ** на вопрос задачи. Оно показывает, что в коробке 6 карандашей. Учитель вставляет карточку с буквой **О** в кармашек на букву **В**.

Работа над задачей закончена, таблица приводится в исходное положение и делается обобщение. Задача состоит из **условия** и **вопроса**. Нужно выполнить **решение**, т.е. действие над данными числами, и дать **ответ** на вопрос.

Теперь можно перейти к составлению задач по рисункам учебника и решению готовых задач.

Удобнее всего подвести детей к усвоению структуры задачи, выделить условие, вопрос, отношение между числовыми данными, используя предметную иллюстрацию. По мере формирования у первоклассников умений, необходимых для решения задачи, учитель вводит схему, обобщающую знания о ней и порядке работы над ней.



У детей должно быть сформировано умение отличать задачу от других заданий. Подчеркивая обязательность вопроса, можно сравнить ее с рассказом. Ученикам читают два текста. Например: «На клумбе расцвели 7 тюльпанов, за ночь распустилось еще 3 тюльпана. Стало очень красиво». «На клумбе расцвели 7 тюльпанов, за ночь распустилось еще 3 тюльпана. Сколько всего тюльпанов расцвело на клумбе?»

— Чем похожи эти тексты? Чем отличаются? Какой из них можно назвать задачей? Какой нет? Почему?

При работе над задачами необходимо обратить внимание на то, что в ней всегда должно быть не менее двух чисел и вопрос, соответствующий смыслу задачи. Доказать необходимость данных компонентов учитель может, предлагая следующие задания:

«В аквариуме плавали 3 рыбки, купили еще несколько рыбок и пустили в аквариум. Сколько всего рыбок плавает в аквариуме?»

Учащиеся должны заметить, что в задаче не сказано, сколько еще рыбок пустили в аквариум. Поэтому на вопрос ответить нельзя. Вот несколько примеров задач с неполным условием, с одним пропущенным числом: *«Бабушка пришила сначала 5 пуговиц, а потом остальные. Сколько всего пуговиц пришила бабушка?» «Девочка взяла в библиотеке 6 книг, несколько книг она прочитала. Сколько книг ей осталось прочитать?»*

— Как дополнить эти тексты, чтобы получились задачи?

Итак, дети убеждаются, что действительно в тексте должно быть не менее двух чисел. Далее можно предложить такие задания: *«Ранним утром дети вышли на прополку редиски. Васина бригада прополола 3 грядки, а Петина — 4 грядки. Петина бригада получила вымпел». «Мастер починил сначала 3 стула, а на следующий день еще 4 стула. Дети поблагодарили мастера».*

— Задачи ли это?

Дети должны объяснить, что здесь нет вопроса, поэтому выражения не являются задачами. Однако не каждый вопрос соответствует требованиям задачи. Надо дать ребенку возможность почувствовать это.

«В кормушку было насыпано пшено. Сначала прилетели к кормушке 5 воробьев, а потом 2 синицы. Сколько пшена они склевали?»

«В туристический поход пошли 4 мальчика и 5 девочек. Сколько километров они прошли?»

Следует показать учащимся отличие задачи от загадки, в которой есть числа: *«2 конца, 2 кольца, посередине — гвоздик»*. Что это?

Прежде чем переходить к творческим заданиям, к составлению задач по картинкам, математическим выражениям (решениям), по схемам и т.д., полезно выполнить упражнения на выбор правильного вопроса. Ребенок должен проанализировать вопросы и выбрать подходящий к задаче. Например:

«На стройку одна машина привезла 3 блока, а другая — 2 блока».

1. Сколько блоков привезла вторая машина?
2. Сколько блоков надо было привезти?
3. Сколько блоков привезли две машины?

«В мебельном магазине стояло 7 диванов, 2 дивана продали».

1. Сколько диванов еще могут купить?
2. Сколько диванов было всего?
3. Сколько диванов продали?
4. Сколько диванов осталось продать?

ПОПЯТИЕ «ЗАДАЧА» В СИСТЕМЕ Л.В. ЗАПКОВА

Поскольку в задачах начального курса математические отношения представлены, как правило, в виде определенных жизненных ситуаций, для их решения необходимо предложенные обстоятельства проанализировать и осмыслить. Распутывание сложных жизненных проблем, а тем более самостоятельный анализ текста задачи в начале обучения в школе для большей части детей представляет чрезмерную трудность. Следовательно, вводить их целесообразно не раньше второй четверти (1 класс). Сроки начала работы с задачами могут варьироваться в зависимости от состава класса.

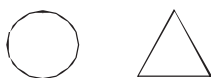
Специально направленными на **подготовку** к предстоящей работе над задачами являются задания:

1. На сравнение геометрических фигур.
2. На выбор сходных геометрических фигур.
3. На выделение фигур из сложного чертежа.
4. На составление равносоставленных фигур.
5. На преобразование фигур в соответствии с условием, данным в задании.
6. На составление нескольких разных рассказов к рисунку.
7. На составление нескольких разных рассказов к двум рисункам.

Все эти задания являются тренировочными. Остановимся подробно на работе с каждым видом.

Сравнение геометрических фигур

Этим заданиям уделяют много внимания в начале учебного года. Они помогают сформировать у детей умения характеризовать свойства предметов, отличать существенные и несущественные признаки, способствуют закреплению представлений об общих и отличительных чертах, овладению математическим языком. Рассмотрим вариант работы с одним из первых заданий этого вида.



— *Как называется фигура слева? А справа?*

Учитель уточняет эти названия в соответствии с общепринятыми. Затем дети переходят к сравнению фигур. Вероятнее всего, они сразу скажут, что фигуры непохожи. В этом случае нужно последовательно привлечь внимание учащихся к отдельным свойствам каждой фигуры.

- *Чем похожи фигуры?* (Они обе построены из линий.)
- *Чем отличаются?* (У круга кривая линия, а в треугольнике нет кривых линий; у круга нет углов, а в треугольнике есть; у треугольника есть стороны, вершины, а у круга нет.)

Выбор сходных геометрических фигур

Задания этого вида теснейшим образом связаны с предыдущими и являются их прямым продолжением.

Например:



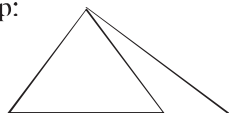
- *Выбери из этих фигур две похожие. Чем похожи выбранные фигуры? Чем отличаются? Почему третья фигура не подходит к выбранным тобой?*

Все способы выбора сходных фигур должны быть обсуждены, исходя из ранее выделенных признаков подобия и различия. Ученики могут предложить два варианта выбора фигур: треугольник и квадрат, квадрат и круг. Первый вариант объединяет фигуры более близкие, чем второй. Тем не менее, поскольку основная задача — развить у учащихся способность разносторонне оценивать ситуации, следует с полным вниманием отнестись и ко второму варианту, тем более, что он говорит об интуитивном использовании признака площади, которую фигуры занимают на плоскости. Следует самое пристальное внимание обратить на речь учащихся, побуждать их вносить уточнения в сказанное, особо отмечать правильные формулировки и употребление научных терминов.

Выделение фигур из сложного чертежа

Задания дают возможность развивать умение анализировать объекты, рассматривать их с различных точек зрения, сравнивать производимые действия и их результаты. Это способствует расширению математического кругозора, формированию связанной, грамотной речи. Раскроем основные направления работы с заданиями такого вида.

Например:



- *Рассмотри внимательно чертеж.*
- *Сколько на нем треугольников?* (Три.)

Часто бывает так, что большой треугольник «теряется», чертеж расчленяется на отдельные части, а создать из них новую фигуру дети еще не могут. В этом случае учитель оказывает помощь. Вместо готового чертежа берется треугольник, и в нем на глазах учеников проводится отрезок. Можно предложить детям делать то же в тетради.

Например:



- Сколько на этом чертеже треугольников? (Два.)
- Сколько всего фигур? (Три.)

После выполнения этих действий учитель возвращает учеников к предыдущему вопросу и предлагает сравнить сначала чертежи, затем задания, а потом и решения. В результате сравнения выясняется зависимость между положением внутреннего отрезка и образовавшимися фигурами. Завершая работу, можно предложить детям сделать чертежи, в которых внутренние отрезки проведены иначе, чем в разобранных случаях. Это дает возможность многократно возвращаться к рассмотрению одного и того же задания под разными углами зрения, углубляя и закрепляя результаты наблюдений и анализа.

Составление равносоставленных фигур

Существует большое количество различных игр, в которых требуется из данных элементов сложить различные фигуры, контуры которых тоже даны. Простота предложенного варианта позволяет детям не только находить ответ методом проб и ошибок, но и осознавать тот путь, который приводит к решению. Такие задания направлены на осознание этого пути.

Опишем работу с заданиями данного вида.

— Сложи из двух треугольников такие фигуры.



Фигуры, приведенные в задании, просты, так как место каждого из элементов четко выделено. Это дает возможность максимум внимания направить на формирование умения составлять словесный отчет о решении. Чтобы дети могли это сделать, необходимо

провести предварительную работу с исходными треугольниками. Их нужно внимательно рассмотреть, сравнить, установить особенности: в каждом треугольнике две стороны равны, третья — длиннее равных, против нее лежит больший угол, два других равны между собой. Только после этого целесообразно переходить к выполнению задания. Сначала ученики самостоятельно находят решение, а затем коллективно описывают его ход. Очень важно, чтобы учащиеся говорили четко и точно, не пропуская существенных этапов работы. Чтобы им было легче следить за точностью своей и чужой речи, очень удобно использовать следующий прием: учитель берет два больших треугольника и, по мере того как ученик описывает ход решения, складывает их, используя каждую неточность для того, чтобы положить треугольники неправильно, спрашивая: «Так я сделала?»

— Нет.

— Почему же так получилось? Как сказать точнее?

Работа с заданиями на складывание фигур преследует цель осознания пути, приведшего к ответу, а не обеспечения простоты его получения. Включение в каждое упражнение двух различных фигур, которые складываются из одних и тех же элементов, позволяет значительно повысить эффективность проводимого анализа решений за счет их сравнения.

Преобразование фигур

Задания этого вида легко найти во многих книгах под различными рубриками, но чаще всего их называют «геометрия на палочках». Их можно разделить на 2 группы:

а) преобразование фигур, достигаемое изменением числа палочек;

б) преобразование фигур без изменения числа палочек.

Решению основных задач необходимо предпослать работу над заданиями, которые можно назвать вспомогательными.

Вспомогательное задание:



Из 8 палочек сложи 2 квадрата. Сложи из палочек такую фигуру, как на рисунке. Сколько в ней квадратов? Сколько понадобится палочек? Почему меньше, чем 8? Сколько всего фигур?

В процессе выполнения этого упражнения дети приходят к выводу, что количество палочек при складывании чертежа можно

сократить, если некоторые из них будут общими для двух фигур. Работа с заданиями основных групп строится так же.

Например:



Сложи из палочек фигуру. Переложи 3 палочки так, чтобы получился 1 квадрат. Какие еще получились фигуры? Начерти решение. Постарайся найти несколько разных вариантов и начерти их.

Все рассмотренные выше виды действий косвенно готовят учащихся к дальнейшей работе с задачами, развивая у них необходимые для этого качества. Далее рассмотрим два вида заданий, которые, выполняя роль косвенной подготовки детей, прямо подводят их к восприятию понятия «задача».

**Составление рассказов математического содержания
по рисунку**

Например:



Рассказ 1. На ветке висят 4 груши. Две груши лежат на земле. Всего нарисовано 6 груш.

Составление рассказа не требует мысленного перехода к ситуации, предшествовавшей изображенному моменту. Математическая операция, лежащая в основе рассказа, — объединение двух множеств.

Рассказ 2. На ветке росли 6 груш. Подул ветер и 2 груши упали на землю, а 4 груши остались на ветке.

Этот рассказ, в отличие от первого, требует мысленного обращения к ситуации, предшествовавшей изображенному моменту. В его основе — математическая операция: разбиение множества на два подмножества. Сравнение этих рассказов показывает, что их математическая база различна.

Кроме рисунков, позволяющих составить 2 рассказа, детям предлагаются рисунки, по которым можно составить несколько рассказов. Важно все предложенные варианты обсудить, сравнить друг с другом как с точки зрения их сходства, так и с точки зрения различий. По мере продвижения от задания к заданию все большее место должна занимать самостоятельная деятельность учеников.

**Составление рассказов по двум связанным
между собой рисункам**

Другой характер носит работа по двум связанным между собой рисункам. Разбор и истолкование их позволяет, сохраняя разносторонний подход к рассмотрению объектов, изображенных на рисунках, подвести учеников к созданию текстов, которые являются задачами. Задания этого вида не включены в текст учебника в связи с тем, что принципиально важно последовательное, а не одновременное появление рисунков, что в учебнике выполнить затруднительно.

Приведем пример работы с двумя рисунками.



Рисунок 1

Рисунок 2

Учитель прикрепляет к доске рисунок 1.

— На ветке висели вишни. Сколько их было? (Четыре.)

Рядом прикрепляется рисунок 2.

— Прилетели птицы и склевали несколько вишен. Посмотрите, сколько вишен они склевали? (Три.)

— Подумайте, сколько вишен осталось на ветке?

Ученики отвечают на вопрос, используя те способы, которые им на данном этапе обучения доступны: выполняют действие вычитания или делают рисунок.

Затем по этим рисункам составляется другой рассказ: «На ветке висело 4 вишни. Прилетели птицы и склевали несколько вишен, и тогда осталось 3 вишни. Сколько вишен склевали птицы?» или: «Птицы склевали 4 вишни, и тогда на ветке осталось 3 вишни. Сколько вишен было на ветке сначала?»

Вместо рисунков учитель может использовать реальные предметы (карандаши, листья, тетради и др.). Работа с задачами начинается со знакомства с этим видом заданий в сопоставлении их с вариантами, уже знакомыми детям. Важно подчеркнуть такую особенность, как отсутствие прямого указания на те действия, которые нужно выполнить, чтобы получить ответ на вопрос.

Далее рассматриваются задания на сравнение текстов.

З а д а н и е: прочитайте текст.

1) На санках с горы катались 7 детей. Трое ушли домой. Тогда осталось четверо детей.

2) На санках с горы катались 7 детей. Трое ушли домой. Сколько детей осталось?

— Сравните эти тексты. Чем они похожи? Чем отличаются? Сделай к каждому тексту рисунок. Какое действие нужно выполнить, чтобы ответить на вопрос второго текста? Запиши и найди значение разности.

З а д а н и е: прочитайте текст.

1) На площадке играли 4 девочки. Прибежали еще 3 девочки. Сколько девочек стало на площадке?

2) Коля утром сделал 5 флажков, а вечером — 3 флажка. Сколько всего флажков сделал Коля?

— Сравните тексты. Чем они похожи? Чем отличаются? Какое действие нужно выполнить, чтобы ответить на вопрос первого текста? Запишите действие и найдите ответ. Сделайте то же со вторым текстом. Почему выбрано это действие?

З а д а н и е: прочитай и сравни.

1) $1 + 3$. Чему равно значение суммы?

2) На одной тарелке лежит 4 помидора, а на другой — 3 помидора. Сколько помидоров на двух тарелках?

— Выполните первое задание. Выполните второе задание. Чем они похожи? Чем отличаются? (В первом задании отсутствует фабула и указано действие, которое нужно выполнить. Во втором — есть фабула, но действие определяют учащиеся.)

В процессе этой работы, в тот момент, когда учитель сочтет нужным, вводится термин «задача», который связывается с одной из конкретных задач, разбираемых на уроке.

З а д а н и е: прочитай.

1) У Нины было 5 карандашей, а у Миши — 3 карандаша. Сколько карандашей было у ребят вместе?

2) Чему равно значение суммы чисел 5 и 3?

— Какое из двух заданий можно назвать **задачей**? Решите задачу. Выполните второе задание. Сравните решения.

В дальнейшем анализ задания начинается с вопроса: «Это задача? Почему это задача или не задача?» На одном из ближайших уроков после знакомства с понятием «задача» начинается работа по выделению условия и вопроса (пока без введения этих терминов). Используются задачи простейших конструкций: текст состоит из двух предложений, одно из которых является условием, а второе — вопросом.

З а д а н и е:

Миша принес с огорода 6 морковок, а потом еще 3 морковки. Сколько всего морковок принес Миша?

— *Разделите эту задачу на две части. Объясните, почему вы так сделали. Решите задачу.*

Уже через 1—2 урока необходимо включить задания, где опора на внешний признак — количество предложений — недостаточна. Это задачи, в которых условие состоит из двух предложений. После того, как дети будут правильно делить задачу на части, опираясь на интуитивное восприятие строения текста, вводятся термины «условие задачи» и «вопрос задачи».

Например, такое задание:

На вешалке было 5 пальто. Дети повесили еще 4 пальто. Сколько пальто стало на вешалке?

— *Разделите задачу на две части. Прочтите первую часть. О чем рассказывает задача в ней? Правильно, она рассказывает о том, что известно. Эта часть задачи называется **условием**.*

Условие этой задачи: «На вешалке было 5 пальто. Дети повесили еще 4 пальто».

— *О чем говорится во второй части задачи? Прочтите эту часть задачи. Вторая часть задачи говорит о том, что нужно узнать. Эта часть задачи называется **вопросом**.*

— **Вопрос этой задачи:** «Сколько пальто стало на вешалке?»

Решите задачу.

Затем вводятся понятия «данные» и «искомое».

Задание:

У Оли было 6 яблок. Она отдала брату 2 яблока. Сколько яблок стало у Оли?

— *Найдите и прочитайте в задаче условие и вопрос. Найдите и назовите **данные числа** и **искомое число**. В какой части задачи находятся данные числа? В какой части задачи говорится об искомом числе?*

Наблюдения, связанные с ними рассуждения подводят детей к осознанию того, что данные числа *всегда* стоят в условии задачи, а искомое — в вопросе. Это следующий и серьезный шаг в осознании того, что условие — это часть задачи, в которой рассказывается о том, что известно, а вопрос — это часть задачи, в которой сообщаются о том, что нужно узнать.

Параллельно с осознанием взаимосвязи между условием и вопросом, данными и искомыми происходит и установление роли каждого из них в задачах. Учащиеся понимают, что отсутствие хотя бы одной части задачи приводит к тому, что она перестает существовать как таковая.

З а д а н и е.

1) У дома росло 7 берез. Посадили еще 2 березы.

2) У дома росло 7 берез. Посадили еще 2 березы. Тогда стало 9 берез.

— Прочтите и сравните. Чем тексты похожи? Чем отличаются? Можно ли первый текст превратить в задачу? А второй? Если можно, сделайте это. Если нельзя, объясните почему.

Необходимо, чтобы каждый текст оценивался с точки зрения представленности признаков задачи, до тех пор пока все дети не овладеют таким анализом.

Признаки, позволяющие определить задачу:

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none">1) отсутствие прямого указания на те действия, которые нужно выполнять;2) наличие фабулы (которая, по существу, не является обязательной, но в начальной школе служит одним из ориентиров задания — задачи);3) наличие условия задачи;4) вопрос задачи;5) присутствие данных;6) искомое число. |
|---|

**ПОНЯТИЕ «ЗАДАЧА»
в учебнике Н.Б. Истоминой**

Приступая к обучению детей решению задач арифметическим способом, надо иметь в виду следующее:

1) все математические понятия, необходимые для решения задач на сложение и вычитание, изучены ими;

2) проведена подготовительная работа, которая была связана с выполнением различных действий с предметами или с их моделями в соответствии с предлагаемой ситуацией;

3) деятельность детей в процессе обучения решению задач должна быть направлена не на отработку умения решать задачи определенных типов, а на формирование общих умений: читать текст задачи, устанавливать взаимосвязь между условием и вопросом, данным и искомым, выбирать арифметическое действие для решения.

Психолог Н.И. Непомнящая в своей работе «Психологический анализ обучения детей 3—7 лет» отмечает, что прежде, чем знако-

миться с понятием «задача», дети должны овладеть такими операциями:

- 1) образование предметных совокупностей по различным признакам;
- 2) замещение предметных совокупностей цифрами;
- 3) изображение отношений между выделенными совокупностями с помощью арифметических знаков сложения и вычитания;
- 4) определение значения арифметического выражения.

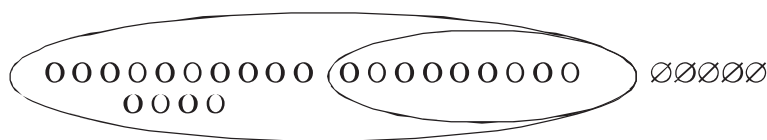
Исследования показали, что обучение решению текстовых задач требует специальной подготовки, которая складывается из следующих компонентов:

- 1) установления отношения «целое — часть» и его знаковая фиксация;
- 2) действия уравнивания и его фиксации;
- 3) связи отношения «целое — часть» и действия уравнивания;
- 4) счета;
- 5) составления числового выражения как фиксирующего произведенные действия.

Рассмотрим некоторые задания, предлагаемые детям на подготовительном этапе:

- 1) На одной ветке 14 птичек, а на другой — на 5 птичек меньше.

Обозначь каждую птичку кругом и покажи, сколько птичек на второй ветке. Покажи, сколько птичек на двух ветках.

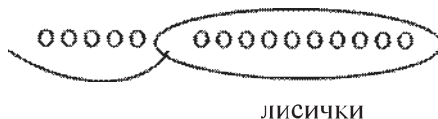


При выполнении этого задания учащиеся устанавливают отношение «целое — часть».

- 2) В корзине 15 грибов. Из них 5 белых, остальные лисички.

Обозначь все грибы кругами и покажи, сколько в корзине лисичек.

Маша выполнила задание так:



Миша так:



— Кто выполнил задание верно?

3) От ленты длиной 14 см отрезали кусок длиной 4 см. Обозначь ленту отрезком и покажи, какую часть ленты отрезали, а какая часть осталась.



4) Какие из данных отрезков можно сложить или вычесть, чтобы построить отрезок длиной 10 см?

6 см, 4 см, 7 см, 3 см, 13 см, 1 см.

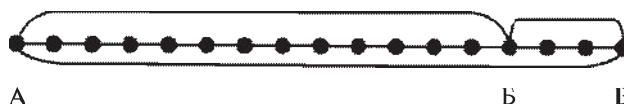
Маша выполнила задание так:

$$13 \text{ см} - 3 \text{ см} = 10 \text{ см}$$

$$7 \text{ см} + 6 \text{ см} - 3 \text{ см} = 10 \text{ см}$$



Миша так: $13 \text{ см} + 3 \text{ см} = 16 \text{ см}$

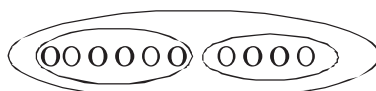


— Догадайся, как действовал каждый из них.

Запиши равенства, которые соответствуют их действиям, можно ли выполнить задание по-другому? Предложи свои варианты.

5) У мальчика 10 тетрадей, из них 6 в клетку, а остальные в линейку. Обозначь тетрадь и покажи, сколько у мальчика тетрадей в линейку.

Маша: Можно обозначить тетрадь кругом, тогда получится такой рисунок:



В клетку В линейку

Всё тетради

Миша: Можно обозначить тетрадь отрезком. Получится такой рисунок:

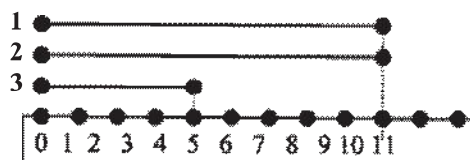


В клетку

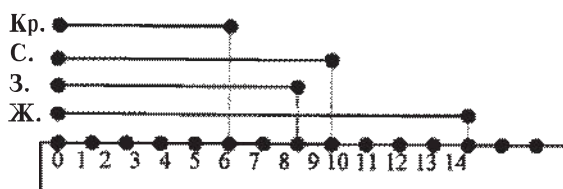
В линейку

— Кто прав?

6) Что ты можешь рассказать об этих отрезках?



7) Пользуясь рисунком, вставь пропущенные в тексте слова и числа: «Длина красного отрезка ... см. Он короче синего отрезка на ... см. Длина желтого отрезка ... см. Он длиннее отрезка на 5 см. Желтый отрезок длиннееотрезка на 7 см. Желтый отрезок длиннее красного на ... см».

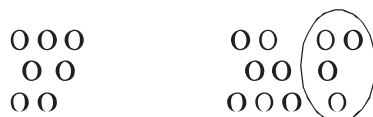


Запиши числовым выражением сумму длин красного и желтого отрезков, разность длин зеленого и красного отрезков.

8) В цирке выступало 11 обезьян и 7 тигров. Обозначь животных кругами и покажи, на сколько больше было обезьян, чем тигров. Маша сделала такой рисунок:



А Миша такой:



— Кто прав? Маша или Миша?

ЗНАКОМСТВО С ПОНЯТИЕМ «ЗАДАЧА»

Провести первый урок по этой теме — довольно сложная методическая задача для учителя. Ее решение требует не только понимания логики рассуждения в диалоге между Машей и Мишей, но и тщательного продумывания каждого момента урока, быстрой реакции на высказывания учащихся, эмоциональной окраски своих действий, так как предложены задания в виде так называемых

«ловушек». Вполне возможно, что педагог продумывает в той же логике свой вариант урока, но при этом важно, чтобы в результате проведенной работы учащиеся осознали, на что будет направлена их дальнейшая деятельность, а именно — на формирование умения читать текст задачи.

Сравни тексты слева и справа. Какой текст можно назвать *задачей*, а какой нет?

Маша нашла 7 лисичек, а Миша — 3 лисички больше.

Маша нашла 7 лисичек, а Миша 5. Сколько всего лисичек нашли Миша и Маша?

Миша: Здесь все ясно! Текст справа — это задача. Здесь есть вопрос. Текст слева задачей назвать нельзя, в нем нет вопроса.

— Ты прав. В *задаче* должен быть *вопрос*. Но тогда что ты скажешь о таких текстах?

Сколько всего учеников в классе?

На сколько больше марок у Пети, чем у Иры?

Миша: Какая же это задача, если в ней есть только вопрос?

— Ты прав. *Любая задача состоит из условия и вопроса*. Попробуй составить условия к этим вопросам.

В классе 10 девочек и 20 мальчиков. Сколько всего учеников в классе?

У Пети 12 марок, а у Иры 9. На сколько больше марок у Пети, чем у Иры?

— Теперь подумайте, как ответить на вопрос задачи.

— В первой задаче нужно объединить вместе мальчиков и девочек, или выполнить действие сложения: $10 + 20 = 30$ (уч.)

О т в е т: 30 учеников в классе.

Во второй задаче нужно из Петиних марок вычесть столько марок, сколько их у Иры, или выполнить вычитание: $12 - 9 = 3$ (м.)

О т в е т: на 3 марки больше у Пети, чем у Иры.

Маша: А как ты думаешь, будут ли эти тексты задачами?

На одной тарелке 3 огурца, а на другой 4. Сколько помидоров на двух тарелках вместе?

На клумбе росли 5 тюльпанов и 3 розы. Сколько тюльпанов росло на клумбе?

Миша: Конечно, это задачи. Ведь в них есть условие и вопрос.

Маша: Вот здесь я с тобой не согласна. Ты, наверное, невнимательно читал эти тексты.

Миша: Да! Да! Ведь в вопросе спрашивается про помидоры, но в условии ничего про помидоры не сказано! А в тексте справа спрашивается о том, что уже известно.

Маша: Вот видишь, оказывается, *условие и вопрос задачи связаны между собой*. Поэтому очень важно научиться читать текст задачи.

На втором уроке детей можно познакомить с проверкой решения задачи. В данном случае это будет практический способ. Привлеките к выполнению практической проверки самых слабых учащихся, так как фактически это решение задачи на уровне предметных действий.

Например: Чем похожи эти тексты? Чем отличаются? Запиши решение задач.

На одном проводе сидели ласточки, а на другом 7 воробьев. Сколько всего птиц сидело на проводах?

На одном проводе сидели 9 ласточек, а на другом 7 воробьев. Сколько всего птиц сидело на проводах?

Вызванный ученик выкладывает на фланелеграфе 9 кругов, обозначающих ласточек, затем 7 кругов, обозначающих воробьев, и показывает движением руки всех птиц, которые сидели на проводах. Но привлекать к этому следует только тех, кто не справился с записью решения.

Первоклассники часто не могут вычленив из задачи числовые данные и вопрос. Они рассматривают в качестве данных ответ или же сразу называют его, не осмыслив соответствующего действия. Поэтому с самого начала необходимо позаботиться о формировании у детей общего представления работы над задачей. В этом отношении вполне оправдала себя следующая методика. Прежде всего, учитель (а позднее дети) читает задачу, учащиеся воспринимают ее в целом. При повторном чтении ученики выкладывают или записывают в тетрадях цифры, обозначающие числовые данные, искомое число обозначают вопросительным знаком. Далее они объясняют, что выражает каждое число, и называют вопрос задачи. Здесь происходит осмысление связи между данными и искомым. Затем учащимся предлагается представить себе то, о чем говорится в задаче, и рассказать, как они представили. Это должно привести детей к правильному выбору арифметического действия. Затем можно предложить ученикам в процессе соответствующего рассуждения назвать действие, которым решается задача, выполнить его устно или записать в тетради. Далее формулируется ответ на вопрос и записывается тогда, когда дети научатся писать. Ответ можно записать кратко, дать устно развернутую формулировку или просто подчеркнуть в записи решения.

ПРОСТЫЕ ЗАДАЧИ НА СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

Простые задачи на сложение и вычитание в зависимости от тех понятий, которые формируются при их решении, можно разделить на 3 группы. К первой относятся простые задачи на сложение и вычитание, которые раскрывают конкретный смысл действий. Ко второй — те, при решении которых учащиеся усваивают связь между компонентами и результатами сложения и вычитания. К третьей — простые задачи на сложение и вычитание, связанные с понятием разности.

ЗАДАЧИ, РАСКРЫВАЮЩИЕ КОНКРЕТНЫЙ СМЫСЛ ДЕЙСТВИЙ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ

К задачам, раскрывающим конкретный смысл действия сложения, относятся задачи на нахождение суммы, а к задачам, раскрывающим конкретный смысл действия вычитания, — на нахождение остатка. Это первые задачи, с которыми встречаются дети, поэтому работа над ними связана с дополнительными трудностями: учащиеся знакомятся с задачей, ее частями, а также овладевают некоторыми общими приемами работы над ней. В традиционной системе обучения задачи на нахождение суммы и остатка вводятся одновременно, поскольку одновременно вводятся действия сложения и вычитания. Считается, что через их противопоставление легче сформировать умение решать задачи.

Подготовительная работа к решению задач на нахождение суммы и остатка, а также методика работы над задачей на нахождение суммы подробно рассмотрена в первой главе. При решении такого типа задач учитель может подчеркнуть, что здесь мы находим целое, которое состоит из двух частей. Целое больше своих частей.

Задачи на нахождение остатка или на конкретный смысл действия вычитания. Для разъяснения конкретного смысла вычитания так же, как и сложения, можно использовать представления детей о соотношении целого и части. **Задача:** «У Маши было 6 яблок. 2 яблока она дала Тане. Сколько яблок осталось у Маши?»

Иллюстрация выполняется одновременно с анализом задачи, так как только в этом случае она будет действенным средством, оказывающим реальную помощь в деле обучения детей самостоятельному решению задач.

— Что известно про яблоки, которые были у Маши? (У Маши было 6 яблок.)

Учитель или вызванный ученик берет бумажные модели 6 яблок и кладет их в корзинку.

— Нарисуйте столько же кружков, сколько яблок у Маши.

Ученики самостоятельно выполняют задание.

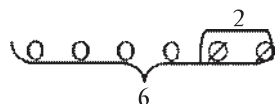
— Сколько яблок она отдала Тане? (Два.)

Учитель или ученик вынимают из корзинки 2 яблока.

— Как нам это отметить на рисунке?

— Перечеркните столько кружков, сколько яблок Маша отдала Тане. Покажите эти яблоки на рисунке.

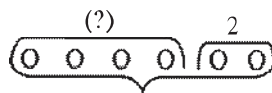
Ученики выполняют задание и у них получается такой рисунок:



— О чем спрашивается в задаче? (Сколько яблок осталось у Маши?)

— Покажите эти яблоки на рисунке, обозначьте скобкой, о каких яблоках спрашивается в задаче, и поставьте знак вопроса.

Окончательно рисунок выйдет так:



— Как же узнать, сколько яблок осталось у Маши? (Надо из 6 вычесть 2.)

Дети записывают решение и ответ.

$$6 - 2 = 4 \text{ (ябл.)}$$

О т в е т: У Маши осталось 4 яблока.

Дети вынимают из корзинки оставшиеся яблоки и считают их. При этом также можно подчеркнуть, что 6 яблок — это целое, которое состоит из двух частей: яблоки, которые отдала, и яблоки, которые остались.

При изучении нумерации чисел первого десятка основной способ нахождения результата — счет предметов. Поэтому в процессе работы с задачами на нахождение суммы и остатка рисунок (предметного или условного) — необходимое условие решения. После сообщения учителем текста задачи подобные рисунки могут выполняться детьми самостоятельно. Они могут выступать как средство проверки решения задачи. В каждом задании, которое связано

с обучением младших школьников решению задач, желательно использовать различные методические приемы:

1) решение задач с лишними данными:

а) Возле дома росло 7 яблонь, 3 вишни и 2 березы. Сколько фруктовых деревьев росло возле дома?

б) На ветке сидели 5 синичек и 4 воробья. 3 синички улетели. Сколько синичек осталось?

2) решение задач с недостающими данными.

Из бочки взяли 10 ведер воды. Сколько ведер воды осталось в бочке?

3) **переформулировка условия задачи.** Сравни тексты. Чем они похожи? Чем отличаются? Запиши решения этих задач.

В товарном поезде 36 вагонов. На станции отцепили первый и второй вагоны. Сколько вагонов осталось в поезде?

В товарном поезде 36 вагонов. На станции отцепили тридцать шестой и тридцать пятый вагоны. Сколько вагонов осталось в поезде?

4) выбор правильного решения:

а) Миша сделал 5 флажков, а Коля — 3 флажка. Сколько флажков сделали мальчики?

б) Миша сделал 5 флажков. 3 флажка он отдал Коле. Сколько флажков осталось у Миши?

Какое равенство является решением одной задачи, какое другой?

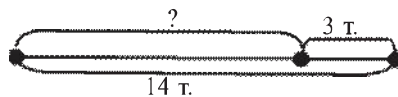
$$5 - 3 = 2 \quad 5 + 3 = 8$$

Учитель может сформировать у учащихся умение моделировать текст задачи с помощью отрезков. Для этого дети должны быть знакомы с этой геометрической фигурой и уметь распознавать ее, ориентируясь на существенные признаки, строить ее, складывать и вычитать отрезки или находить их сумму и разность.

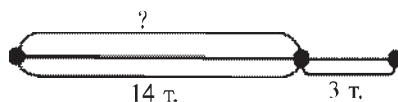
Но прежде, чем предлагать учащимся самим выполнять схематический рисунок, научите их соотносить с ним текст задачи. Для этого используется прием выбора схематического рисунка, соответствующего данной задаче.

Задача 1. «В портфеле лежит 14 тетрадей. Из них 3 в клетку, остальные в линейку. Сколько тетрадей в линейку лежит в портфеле?»

Маша нарисовала такую схему к задаче:



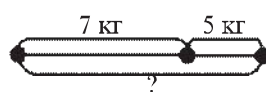
Миша такую:



— Кто из них невнимательно читал текст задачи?

Задача 2. Мама купила 5 кг огурцов и свеклу. Сколько килограммов свеклы купила мама, если масса всех овощей 7 кг?

— Подумай, какая схема соответствует задаче:



Ориентируясь на такие задания, учитель планирует организацию деятельности учащихся, направленной на формирование умения решать задачи. В дополнение к этому приему можно использовать и другие:

Сравнение текстов задач, в которых вопросы даны в различной формулировке:

На одной остановке из автобуса вышли 6 человек, на другой — 2 человека. На сколько меньше пассажиров стало в автобусе?

На одной остановке из автобуса вышли 6 человек, на другой — 2 человека. Сколько пассажиров вышло на двух остановках?

Сравни тексты задач. Чем они похожи? Чем отличаются?

Особую трудность для детей представляет уяснение смысла вопроса в его различной формулировке. Например (см. задание выше) учащиеся без труда отвечают, «сколько пассажиров вышло на двух остановках». Но такая постановка вопроса, как «На сколько меньше пассажиров стало в автобусе?», оказывается для многих недоступной. В этом случае полезны специальные упражнения, в которых одна и та же ситуация рассматривается с различных точек зрения. Например, «Из корзины взяли 3 яблока».

— Можно ли утверждать, что яблок в корзине стало больше? меньше?

— Можно ли утверждать, что в корзине стало на 3 яблока меньше?

— Можно ли утверждать, что из корзины взяли $2 + 1$ яблока?

Трудности, возникающие у детей, могут быть следствием неправильной организации учителем их деятельности, направленной на сравнение текстов задач. Например, ученики прочитали первую задачу и записали ее решение. Потом учитель провел такую же работу со вторым текстом. А после этого решил сравнить их. Это неверно, так как при выполнении данного задания дети должны, прежде всего, уяснить, что смысл одного и другого вопроса по отношению к данному условию одинаков, только они по-разному

сформулированы. А отсюда следует, что решения одной и другой задачи одинаковы. Только после того, как дети осознают это, можно перейти к обсуждению выбора действия.

ЗАДАЧИ, РАСКРЫВАЮЩИЕ СВЯЗЬ МЕЖДУ КОМПОНЕНТАМИ И РЕЗУЛЬТАТАМИ ДЕЙСТВИЙ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ

Задачи на нахождение неизвестного слагаемого, уменьшаемого, вычитаемого вводятся в 1 классе. Их решение выполняется на основе конкретного смысла действий сложения и вычитания и сводится к работе с задачами известных ранее видов — на нахождение суммы и остатка. После того как учащиеся познакомились с уравнениями, можно выполнять решение с их помощью, что позволяет закрепить знание связи между компонентами и результатом действий сложения и вычитания.

Основанием для введения задач на нахождение неизвестного слагаемого, уменьшаемого, вычитаемого служит понимание сущности действий сложения и вычитания и умение решать простые задачи на нахождение суммы и остатка. При ознакомлении с каждой из задач на нахождение неизвестного компонента действий сложения и вычитания сначала выполняются соответствующие операции над множествами, которые связываются с действиями сложения или вычитания. При этом ученики под руководством учителя должны объяснить выбор арифметического действия.

Знакомство с решением задач на нахождение неизвестного слагаемого

Учащимся предлагается следующая задача: «*В коробке лежало 9 шариков. Из них 3 синих, остальные красные. Сколько красных шариков лежало в коробке?*» Учитель достает из коробки в произвольном порядке по одному шару и пересчитывает вместе с классом. Дети убеждаются, что всего в коробке 9 шаров. Затем учитель показывает синие шарики и проводит беседу:

- *Я достала все синие шарики. Сколько их?* (Три.)
- *Это все шарики или только часть?* (Часть.)
- *А какие еще шарики в коробке?* (Красные.)
- *Мы знаем, сколько красных шариков?* (Нет.)
- *А сколько всего шариков в коробке?* (Девять.)
- *Из каких частей сложено все число шариков?* (Из синих и красных.)

— Какую часть мы знаем? (Синих шариков, их три.)
 — А что нужно сделать, чтобы остались только красные шарик?
 (Нужно из коробки вынуть синие шарик, и останутся только красные.)

Учитель вынимает синие шарик.

— Сколько же красных шариков? (Девять без трех.)

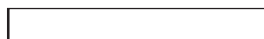
— Как мы это запишем на доске? ($9 - 3 = 6$ (ш.))

О т в е т: 6 шариков.

— Проверим, правильно ли мы решили задачу. Достанем и сосчитаем все красные шарик. Дети убеждаются в правильности решения.

— Изобразим нашу задачу и запишем ее решение в тетради.

— Начертим большой прямоугольник. Это коробка. Сколько в ней всего шариков? (Девять.)



9 шариков

— Из каких частей состоит это число? (Из синих и красных шаров.)

— Какое слагаемое мы знаем? (Мы знаем, что синих шаров три.)

— А какое слагаемое мы не знаем? (Число красных.) В результате получается такая модель:



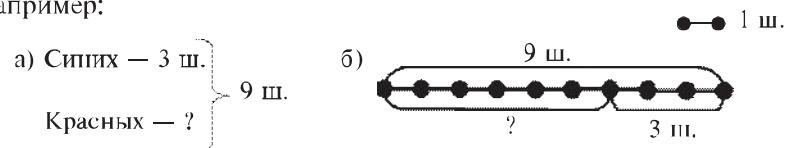
9 шариков

— Как же узнать, сколько красных шариков? (Нужно из 9 вычесть 3, получится 6, так как красных шариков девять без трех.)

Запишем решение: $9 - 3 = 6$ (ш.)

О т в е т: 6 шариков.

Иллюстрацию к данной задаче учитель может выбрать и другую. Например:



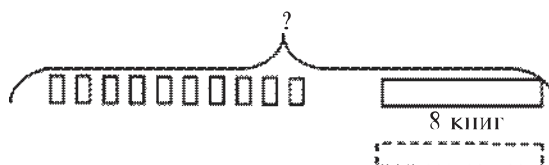
Обоснование выбора арифметического действия такое же, как и при решении задач на нахождение остатка.

При ознакомлении с задачами на нахождение неизвестного уменьшаемого можно предложить, например, такой вариант: «Ког-

да с полки сняли 8 книг, там осталось еще 10 книг. Сколько книг было на полке раньше?»

Учитель проводит беседу:

- Как мы изобразим книги? (Прямоугольниками.)
- Сколько книг осталось на полке? (Десять книг.)
- Изобразим их. (Изображаем на доске, а дети в тетрадях.)
- А раньше их было меньше или больше? (Больше.)
- Знаем ли мы, сколько книг было всего? (Нет.)
- Покажем большой скобкой и вопросительным знаком.
- А почему книг на полке стало меньше? (С полки сняли 8 книг.)
- Изобразим эти 8 книг внизу. В результате получается такая схема:



- Где были раньше эти 8 книг? (На полке.)
- Как же узнать, сколько всего книг было на полке? (Нужно к тем книгам, которые остались, добавить те, которые сняли, т.е. к 10 прибавить 8.)

Решение: $10 + 8 = 18$ (кн.)

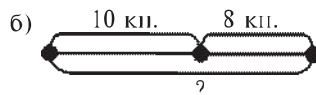
Ответ: На полке было 18 книг.

При обосновании выбора действия подчеркивается, что необходимо найти целое, которое состоит из двух частей: из книг, которые остались, и книг, которые сняли. Целое больше своих частей. Мы предложили иллюстрацию задачи в виде схематического рисунка, но учитель может выбрать и другой вариант:

а) Было — ?

Сняли — 8 кн.

Осталось — 10 кн.



Обучая нахождению неизвестного **вычитаемого**, можно предложить задачу: «В гараже стояли 15 машин. Когда несколько из них выехало, в гараже осталось 6 машин. Сколько машин выехало из гаража?»

Работа над задачей проводится примерно так:

- Как изобразим машины? (Квадратиками.)
- Сколько машин стояло в гараже? (Пятнадцать.)
- На какие две части можно разделить все машины? (На машины, которые выехали, и на те, которые остались в гараже.)

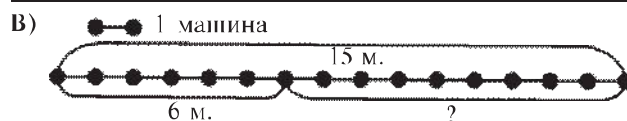
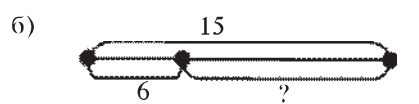
- Сколько машин осталось в гараже? (Шесть.)
- Изобразим их квадратиками.
- Это все машины или их было больше? (Больше, их было пятнадцать.)
- Изобразим их скобкой. А знаем мы, сколько машин выехало? (Нет.)
- Изобразим их большим прямоугольником с вопросительным знаком.

В результате получается такая модель:



Возможна и другая иллюстрация к данной задаче

а) Было — 15 м.
Выехало — ?
Осталось — 6 м.



— Как же узнать, сколько машин выехало? 1) Выехало 15 машин без 6, т.е. из 15 вычитаем 6; 2) машины, которые выехали — это часть, а часть всегда меньше целого. Чтобы найти часть, надо из целого вычесть часть, т.е. из 15 надо вычесть 6.

Решение: $15 - 6 = 9$ (м.)

Ответ: Выехало 9 машин.

При закреплении рассматриваемого умения особое внимание надо уделить решению «троск» задач: на нахождение суммы, неизвестного первого слагаемого, второго слагаемого; на нахождение остатка, нахождение неизвестного уменьшаемого, неизвестного вычитаемого. Например:

Задача 1. Школьники посадили 13 деревьев. Из них 5 кленов, остальные липы. Сколько лип посадили школьники?

Задача 2. Школьники посадили 5 кленов и 8 лип. Сколько всего деревьев посадили школьники?

Задача 3. Школьники посадили 13 деревьев. Из них несколько кленов и 8 лип. Сколько кленов посадили школьники?

— Сравните эти задачи. Чем они похожи? Чем отличаются? Как вы думаете, решения этих задач будут одинаковые? Решение скольких

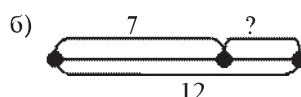
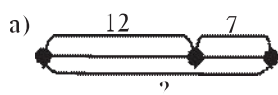
задач запишем с помощью действия вычитания? Почему? А действием сложения? Почему? (Решение одной задачи запишем с помощью действия сложения, так как только в одной задаче мы находим целое; в остальных мы находим часть, поэтому их решение запишем действием вычитания.)

Сравнивая задачи и их решения, учитель побуждает детей высказывать предположения, развивает их интуицию, активизирует познавательную деятельность.

На этой ступени предусматривается включение задач с усложняющимися конкретными ситуациями. Например:

1) Выбери схему, соответствующую задаче, и запиши ее решение.

В баскетбольной команде 12 игроков. Из них 7 запасных. Сколько основных игроков в команде?



2) Измени условия задачи.

У Лены 5 тетрадей в клетку, 7 — в линейку. Сколько всего тетрадей у Лены?

3) Измени данные так, чтобы задача решалась вычитанием.

4) Составь задачу по решению, по иллюстрации.

5) Поставь вопрос к условию.

ЗАДАЧИ, РАСКРЫВАЮЩИЕ ПОНЯТИЕ РАЗНОСТИ

Задачи на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц, выраженные в прямой форме, вводятся одновременно, сразу же после рассмотрения задач на нахождение суммы и остатка.

Подготовительная работа к решению задач на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц, в которых дана разность численностей двух множеств, начинается с первых уроков пропедевтического периода. Она сводится к раскрытию или уточнению выражений «столько же», «больше на», «меньше на» при выполнении упражнений вида:

1) *положите слева 6 палочек, а справа 6 кружков. Что можно сказать о числе палочек и кружков? (Их поровну; кружков столько же, сколько палочек.)*

2) положите в один ряд 5 кружков, а во второй ряд столько же квадратов. Придвиньте еще 3 квадрата. Каких фигур больше? На сколько квадратов больше, чем кругов? (На три.) Квадратов столько же, сколько кружков, да еще 3; в этом случае говорят, что квадратов на 3 больше, чем кружков;

3) положите слева 4 квадрата, а справа треугольники — на 3 больше, чем квадратов. Что значит «на 3 больше?» (Столько же, да еще три.)

Аналогично раскрывается смысл выражения «меньше на»: меньше на 5 — это столько же без 5 или не хватает 5, чтобы было столько же.

Теперь могут быть введены задачи, например: «Сестра посадила 3 куста смородины, а брат на 2 куста больше, чем сестра. Сколько кустов смородины посадил брат?»

Проводится беседа:

— Как изобразим кусты? (Треугольниками.)

— Сколько кустов посадила сестра? (Три.)

— Нарисуй три треугольника.

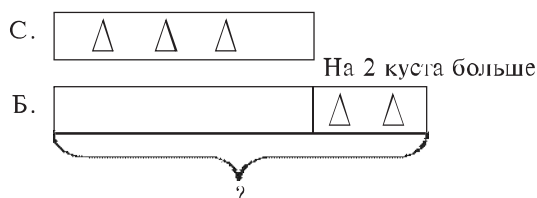
— А что сказано про кусты брата? (Их на 2 больше.)

— Что это значит? (Брат посадил столько же кустов, сколько сестра, да еще два.)

— А известно ли, сколько всего кустов посадил брат? (Нет.)

— Изобразим кусты брата прямоугольником и отметим, что их на два куста больше, чем у сестры. Скобкой с вопросительным знаком покажем, что всех кустов брата мы не знаем.

В результате дети рисуют такую схему:



— Как же узнать, сколько кустов посадил брат? (Нужно к 3 прибавить 2.)

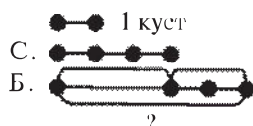
Р е ш е н и е: $3 + 2 = 5$ (к.)

О т в е т: брат посадил 5 кустов.

Мы рассмотрели построение одной модели к данной задаче — наглядно-образной. Возможны и другие:

1) графическая модель (желательно пользоваться на следующем этапе);

а) ЧЕРТЕЖ



б) СХЕМА



2) запись задачи с помощью опорных слов

С. — 3 к.

Б. — ?, на 2 к. больше.

Для ознакомления с задачами на уменьшение числа на несколько единиц предлагается формулировка: «В большой комнате стояло 6 стульев, а в маленькой на 2 стула меньше. Сколько стульев стояло в маленькой комнате?»

Вызванный ученик на доске, а остальные в тетради рисуют 6 квадратиков — стульев. Учитель проводит беседу:

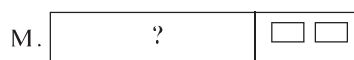
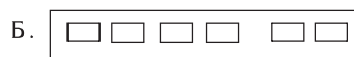
— А что сказано про стулья в маленькой комнате? (В ней стояло на 2 стула меньше.)

— Что это значит? (Это значит столько же, сколько в большой комнате, но без двух.)

— А известно, сколько же стульев в маленькой комнате? (Нет.)

— Изобразим стулья в маленькой комнате таким же прямоугольником, как в большой, но на 2 стула меньше и поставим вопросительный знак.

В результате у детей получается схема:



— Как же узнать, сколько стульев в маленькой комнате? (Так как в маленькой комнате на 2 стула меньше, т.е. столько же, сколько в большой, но без двух, надо из 6 вычесть 2.)

Решение: $6 - 2 = 4$ (ст.)

Ответ: в маленькой комнате 4 стула.

Так как задачи на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц в прямой форме вводятся обычно одновременно, то работу над ними можно организовать и таким образом:

Сравни тексты задач. Чем они отличаются? Чем они похожи?

Миша сделал 6 флажков, а Коля на 2 флажка меньше. Сколько флажков сделал Коля?

Миша сделал 6 флажков, а Коля на 2 флажка больше. Сколько флажков сделал Коля?

— Правильно ли решены задачи? Какое равенство является решением одной задачи другой?

$$6 + 2 = 8 \quad 6 - 2 = 4$$

Обоснование выбора действия делается, как и в задачах, рассмотренных выше.

Кроме рассмотренных задач на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц, в которых дана разность численностей двух множеств, встречаются такие виды, в которых дана разность численностей множества и его правильной части. Например, предлагается задача: «Оля должна была вырезать 4 флажка, а вырезала на 2 флажка больше. Сколько флажков вырезала Оля?»

При решении этих задач усваиваются связи: если прибавить 1 (2, 3, ...), то станет больше на 1 (2, 3, ...); если вычесть 1 (2, 3, ...), то станет меньше на 1 (2, 3, ...). Чтобы стало больше на 1 (2, 3, ...), надо прибавить 1 (2, 3, ...); чтобы стало меньше на 1 (2, 3, ...), надо вычесть 1 (2, 3, ...).

Эти соотношения можно раскрыть, выполняя такие упражнения:

1) положите 3 квадрата, придвиньте еще 1 квадрат. Сколько стало квадратов? (4). Как узнали? (К 3 прибавили 1, получили 4.) Больше или меньше стало квадратов? (Больше.)

Вывод: прибавили 1, стало больше на 1.

2) если к 5 прибавить 2, то получится больше или меньше, чем 5? На сколько больше?

3) что надо сделать, чтобы получить число, которое больше, чем 6, на 3? (Прибавить три.)

Аналогично строятся упражнения, раскрывающие связь между вычитанием и уменьшением числа на несколько единиц.

После такой *подготовительной* работы проводится ознакомление с решением задач (см. текст задачи выше).

Решение задач на *разностное сравнение* может быть хорошо усвоено, если дети не только осмысливают отношение «больше на» и «меньше на», но и будут понимать двойкий смысл разности: если первое число больше второго на несколько единиц, то второе число меньше первого на столько же единиц.

Подготовительные упражнения должны обеспечить усвоение учащимися вышеуказанных отношений. С этой целью предлагаются такие упражнения:

Положите в один ряд 6 кругов, а в другой на 3 круга больше. Сколько кругов в другом ряду? На сколько кругов больше во втором ряду? (На три.)

— Что можно сказать о числе кругов, которые в первом ряду? (Их меньше.)

— На сколько? (На три.)

— Во втором ряду на 3 круга больше, чем в первом, тогда в первом на 3 круга меньше, чем во втором. (Показать.)

Пронаблюдать то же отношение можно после решения некоторых задач на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц.

Задача. «У Коли 13 марок, а у Пети на 2 марки больше. Сколько марок у Пети?»

После решения задачи нужно обратить внимание на отношение. Если у Пети на 2 марки больше, чем у Коли, то у Коли ... (дети продолжают).

Целесообразно использовать задачи — вопросы, например: «Миша набрал 7 белых грибов, а лисичек на 3 больше. Что можно сказать о числе белых грибов?»

Задачи с выражением «на столько — то больше» преобразуются в задачи с выражением «на столько — то меньше» и наоборот.

Знакомство с задачами на нахождение разности можно провести, например: «У Маши было 9 воздушных шариков, а у Оли — 5. На сколько больше шариков было у Маши, чем у Оли? На сколько меньше шариков у Оли, чем у Маши?»

Учитель проводит беседу:

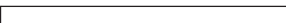
— Сколько воздушных шариков было у Маши? (Девять.)

— Обозначим их прямоугольником.

— А у Оли воздушных шариков было больше или меньше, чем у Маши? (Меньше.)

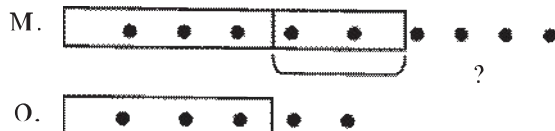
— Обозначим шарик, который был у Оли тоже прямоугольником. Он будет больше или меньше, чем первый прямоугольник? (Меньше.)

У учащихся в тетради появляется схема:

М. 

О. 

Учитель предлагает поставить в первом прямоугольнике столько точек, сколько шариков было у Маши, в другом прямоугольнике столько точек, сколько шариков было у Оли. Причем, точки желательно располагать одну над другой.



— На сколько точек поставили в первом прямоугольнике больше, чем во втором? Отделите их чертой. На сколько меньше точек поставили во втором прямоугольнике, чем в первом? На сколько больше шариков у Маши, чем у Оли? На сколько меньше шариков у Оли, чем у Маши?

— Как же узнать, на сколько шариков у Маши больше? (Из 9 вычтешь 5.)

Решение: $9 - 5 = 4$ (ш.)

Ответ: у Маши на 4 шарика больше.

— А как узнать, на сколько у Оли меньше шариков? (Из 9 вычтешь 5.)

Решение: $9 - 5 = 4$ (ш.)

Ответ: у Оли на 4 шарика меньше.

Сравни решения.

— Значит, число 4 показывает одновременно, на сколько одно число меньше другого и на сколько другое число больше первого.

При решении в дальнейшем таких задач надо использовать моделирование, обращая каждый раз внимание учеников на то, что, находя, на сколько число **больше или меньше** другого, надо из большего вычесть меньшее. Далее дети решают задачи, опираясь на это правило.

— Чтобы ответить на два вопроса задачи, сколько достаточно выполнить действий? (Одно.)

— Почему? (Когда мы из 9 вычли 5, то узнали, и на сколько шариков у Маши больше, чем у Оли, и на сколько шариков у Оли меньше, чем у Маши.)

Хорошее знание двоякого смысла разности (это должно быть твердо усвоено при решении задач на разностное сравнение) **является подготовкой к решению задач на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц, выраженных в косвенной форме.**

При решении задач этого вида необходимо использовать модели и тщательно проводить анализ, чтобы избежать ошибок в выборе действия. Дети должны выделить искомое число и установить, больше оно или меньше, чем данное.

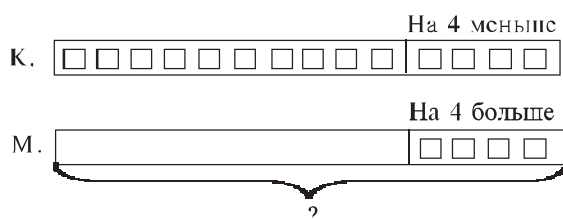
Рассмотрим задачу: «В поле работало 10 комбайнов, их было на 4 меньше, чем грузовых машин. Сколько грузовых машин работало в поле?»

— Что надо узнать в задаче? (Сколько грузовых машин работало в поле.)

— Грузовых машин было больше или меньше, чем комбайнов? (Если комбайнов было на 4 меньше, чем грузовых машин, значит, машин было на 4 больше, чем комбайнов.)

— Как изобразим комбайны? (Квадратами.)

Получается такая модель:



— *Каким же действием решается задача? (Сложением.)*

Решение: $10 + 4 = 14$ (м.)

Ответ: *в поле работало 14 грузовых машин.*

Практика показывает, что при решении задач, связанных с понятием разности, нередко образуются формальные связи: дети часто слово «больше» связывают с действием сложения, а «меньше» — с действием вычитания. С этой целью следует предлагать пары задач, аналогичные следующим:

У Юры было 9 кроликов, а у Васи на 2 кролика больше. Сколько кроликов было у Васи?	У Юры было 9 кроликов, а у Васи — 2 кролика. На сколько больше кроликов у Юры, чем у Васи?
---	---

Модели, подобные рассмотренным выше, помогут понять, почему задачи решаются разными действиями, хотя в обеих есть слово «больше». Необходимо выяснить, чем они похожи и чем отличаются. Дети глубже уясняют, что при решении первой мы находим число, которое больше данного, а во второй — узнаем, на сколько одно число больше другого.

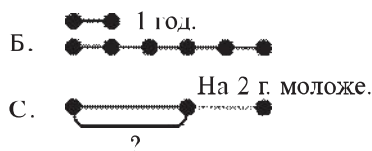
После ознакомления с решением задач на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц в косвенной форме полезно предлагать такие пары:

Брату 5 лет, он на 2 года старше сестры. Сколько лет сестре?	Брату 5 лет, а сестра на 2 года старше. Сколько лет сестре?
---	--

— *Чем похожи эти задачи? Чем они отличаются?*

В данной задаче возраст брата и сестры лучше изобразить в виде отрезков, приняв 1 см за 1 год. В тетрадях у детей появляется чертеж:

Задача 1.

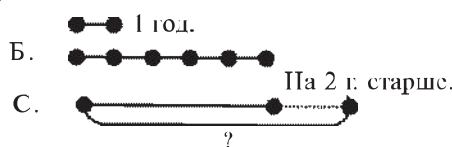


Рассуждения ученика: «Сначала я подумаю, что надо узнать в задаче: надо узнать, сколько лет сестре. Теперь я подумаю, сестре меньше лет, чем брату или больше: если брат на 2 года старше сестры, то сестра на 2 года моложе брата, т.е. ей на 2 года меньше чем брату. Задачу решаю действием вычитания».

Решение: $5 - 2 = 3$ (г.)

Ответ: сестре 3 года.

Задача 2.



Рассуждения ученика: «В задаче надо узнать, сколько лет сестре. Сестра на 2 года старше брата, значит ей столько же лет, сколько брату, да еще 2 года. Задачу решаю действием сложения».

Решение: $5 + 2 = 7$ (л.)

Ответ: сестре 7 лет.

Ученики должны сравнить решения обеих задач и ответить, почему используются разные действия, хотя числа одинаковые и в обоих случаях сказано «старше».

Полезно также выполнять упражнения по преобразованию задач, сформулированных в косвенной форме, в задачи, сформулированные в прямой форме, и наоборот.

В целях обобщения способов решения задач, связанных с понятием разности, целесообразно использовать прием сопоставления и решения учащимися всех шести видов, пар или троек задач с сохранением одного и того же сюжета и чисел.

На данном этапе целесообразно предлагать задания такого типа:

1) Миша нашел 7 белых грибов. Маша — 8 лисичек. Подумай! На какие вопросы ты ответишь, выполнив действия:

$$7 + 8 \quad 8 - 7$$

2) Прочитай условие задачи.

«Зайчик съел 5 морковок утром, а в обед еще 4».

Подумай! На какие вопросы ты сможешь ответить, пользуясь этим условием?

— Сколько всего морковок съел зайчик?

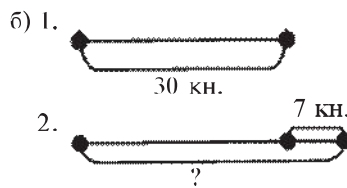
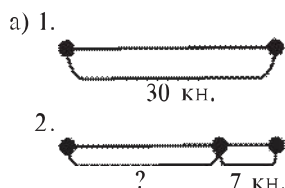
— На сколько больше морковок зайчик съел утром, чем в обед?

— На сколько меньше морковок зайчик съел в обед, чем утром?

— Сколько яблок съел зайчик?

— Сколько морковок у зайчика осталось?

3) На одной полке 30 книг, это на 7 меньше, чем на второй. Сколько книг на второй полке? Какую схему ты выберешь, решая эту задачу?



4) Подумай! Что нужно изменить в текстах задач, чтобы выражение 9 — 6 было решением каждой?

а) В саду 9 кустов красной смородины, а кустов черной смородины на 6 больше. Сколько кустов черной смородины в саду?

б) В гараже 9 легковых машин и 6 грузовых. Сколько всего машин в гараже?

в) На одной скамейке сидело 9 девочек, это на 6 меньше, чем на второй. Сколько девочек сидело на второй скамейке?

5) В коробке на 4 карандаша больше, чем в пенале. Сколько карандашей в пенале?

— Почему ты не можешь решить эту задачу?

Выбери данные, которыми можно дополнить условие этой задачи, чтобы ответить на ее вопрос, выполнив сложение (вычитание):

а) в пенале 7 карандашей;

б) в пенале на 6 карандашей меньше;

в) в коробке 9 карандашей;

г) всего в коробке и в пенале 14 карандашей.

ПРОСТЫЕ ЗАДАЧИ НА УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Простые задачи на умножение и деление, в зависимости от тех понятий, которые формируются при их решении, можно разделить на 3 группы.

К **первой** относятся простые задачи на умножение и деление, которые раскрывают конкретный смысл действий.

Ко **второй** — те, при решении которых учащиеся усваивают связь между компонентами и результатами действий умножения и деления.

К **третьей** — связанные с понятием отношения.

ЗАДАЧИ, РАСКРЫВАЮЩИЕ КОНКРЕТНЫЙ СМЫСЛ ДЕЙСТВИЙ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ

Конкретный смысл действий умножения и деления раскрывает задачи на нахождение суммы одинаковых слагаемых, на деление по содержанию и на деление на равные части.

Задачи на нахождение суммы одинаковых слагаемых являются средством раскрытия конкретного смысла действия умножения.

Подготовительная работа к введению этих задач начинается в 1 классе при изучении сложения и вычитания. Можно предложить такую последовательность.

1. Решение задач на нахождение суммы одинаковых слагаемых практически, используя метод предметного моделирования.

— Положите по 2 квадрата 3 раза. Сколько всего квадратов положили?

— Как получили?

$$\begin{array}{ccccccc} \square & \square & & \square & \square & & \square & \square \\ 2 & + & 2 & + & 2 & = & 6 \end{array}$$

— Что можно сказать о слагаемых этой суммы? (Слагаемые одинаковы.)

— Сколько в этой сумме одинаковых слагаемых?

2. Решение сюжетных задач.

В трех коробках по 4 карандаша. Сколько всего карандашей?

Дети под руководством учителя моделируют задачу.



— Сколько всего карандашей в 3 коробках? (Двенадцать.)

— Как получили? ($4 + 4 + 4 = 12$ (к.))

— Что можно сказать о слагаемых суммы? (Они одинаковые.)

— Сколько слагаемых? (Три.)

3. Составление задач по их решению.

$$6 + 6 = 12$$

4. Выбор выражений, соответствующих условию задачи.

Оля, Вера, Таня и Лена собирали грибы. Оля нашла столько же грибов, сколько Вера; Таня столько же, сколько Оля; Лена столько же, сколько Таня. Сколько всего грибов нашли девочки?

$$8 + 4 + 7 + 5, \quad 10 + 10 + 10, \quad 7 + 7 + 7 + 7.$$

— Какое из выражений могло бы быть решением этой задачи?

Во 2 классе при *ознакомлении* с решением задач действием умножения на нахождение произведения учащимся необходимо уяснить, что сумму одинаковых слагаемых можно заменить произведением. Дети должны усвоить новую запись и понять, что обозначает каждое число в ней.

Рассмотрим решение задач на нахождение суммы одинаковых слагаемых.

Задача. *Четырем учащимся дали по 2 тетради каждому. Сколько всего тетрадей раздали ученикам?* (Раздаются тетради четырем ученикам, каждому по две.)

— Как вы понимаете «дали каждому?»

— Сколько всего тетрадей раздали?

— Как получили восемь?

Решение задачи записывается в виде суммы:

$$2 + 2 + 2 + 2 = 8 \text{ (т.)}$$

Учитель вводит новое действие, показывает запись. Чтение выражения $2 \cdot 4$.

Разъяснение значения каждого числа в записи можно провести так:

— *Рассмотри запись $2 \cdot 4$. Подумай, что показывает в ней число 2, число 4.*

Если трудно найти ответ, рассмотри еще запись: $2 + 2 + 2 + 2 = 2 \cdot 4$. (Число 2 показывает, какие одинаковые числа складывали; число 4 показывает, сколько было одинаковых слагаемых в сумме.)

Решение задач на первых порах следует записывать сложением и умножением, чтобы учащиеся лучше усвоили смысл каждого компонента. Переходить к записи умножения можно тогда, когда сами ученики будут сразу предлагать ее, минуя запись суммы. С целью предупреждения ошибок на перестановку множителей в записи решения задачи можно предложить задания:

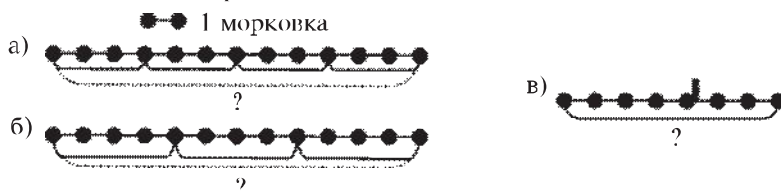
1. Составь задачу по выражению: $3 \cdot 4$.

2. Выбери решение к задаче: *У трех учеников по 5 тетрадей.*

Сколько всего тетрадей?

Решения: $5 \cdot 3$; $3 \cdot 5$; $3 + 5$.

3. Выбери схему к задаче и реши ее: *В четырех кучках по 3 морковки. Сколько всего морковок?*



Задачи на деление по содержанию

Подготовительная работа начинается в 1 классе. На этом этапе можно применить следующие виды заданий:

1. Практическое выполнение упражнений вида:

а) *возьмите 8 кружков и разложите их по 2. Сколько раз по 2 кружка получилось?*

б) *12 карандашей разложили в коробки по 6 карандашей в каждую. Сколько потребовалось коробок?*

Учащиеся выполняют соответствующие операции и находят результат, сосчитав, сколько раз по 2 кружка получилось или сколько потребовалось коробок. При этом следует обратить внимание детей, что карандашей в коробках получается **поровну**.

Во 2 классе посредством решения таких задач происходит усвоение действия деления, учащиеся знакомятся с арифметическим методом решения этих задач.

З а д а ч а. *10 тетрадей учительница раздала ученикам по 2 тетради каждому. Сколько учеников получили тетради?*

1. Предметное моделирование задачи.

Берем 10 тетрадей и раздаем по 2 тетради каждому, пока не раздадим все.

2. *Сделаем схематический рисунок в тетрадях и на доске.*



Выполнив деление тетрадей, дети считают, сколько учащихся их получили.

— *Что мы делали с тетрадями?* (Раздавали по две, делили по две тетради, разделили, т.е. выполнили действие деления. Вводится знак деления, следует запись и чтение получившегося выражения.)

Решение задачи можно записать так: $10 : 2 = 5$ (уч.)

О т в е т: 5 учеников.

Методические особенности работы над задачей:

- предметная иллюстрация;
- схематический рисунок;
- решение записывается делением;
- результат находится по иллюстрации пересчитыванием.

Задачи на деление на равные части

Подготовкой к решению задач на деление на равные части будет практическое выполнение, начиная с 1 класса, упражнений вида:

1) *6 кружков разложите в 2 ряда поровну. Сколько кружков в каждом ряду?*

2) Юра разложил 12 карандашей в 2 коробки поровну. Сколько карандашей в каждой коробке?

Работой руководит учитель:

— Сколько надо взять кружков, чтобы положить в каждый ряд по одному кружку? (Два.)

— Почему надо взять 2 кружка? (Потому что рядов два.)

— Возьмите 2 кружка и положите в каждый ряд по одному.

— Возьмите еще столько кружков, чтобы положить в каждый ряд по одному и разложите их.

— Все ли кружки разложили? (Нет.)

— Возьмите еще столько же кружков, чтобы положить в каждый ряд по одному и разложите их.

— Все ли кружки разложили? (Да.)

— По сколько кружков в каждом ряду?

6 кружков разделили на 2 равные части и получили по 3 кружка в каждой части.

При таком описании предметов явно выступает связь между делением на равные части и делением по содержанию: в каждой части будет по столько кружков, сколько раз по 2 кружка содержится в 6 кружках. Деление предметов дети выполняют на данном этапе практически без записи решения, а результат находят с помощью счета.

Далее **вводится** арифметический способ решения задач на деление на равные части. Методические особенности этой работы те же, что и для задач деления по содержанию:

1. Выполнение решения путем предметного моделирования, после которого записывается решение.

Например: 12 карандашей раздали 3 ученикам поровну. Сколько карандашей у каждого?

Рассуждение ученика: «Беру столько карандашей, чтобы каждому ученику дать по одному. Беру 3 карандаша и даю по одному. Беру еще 3 карандаша и даю по одному каждому. Беру еще 3 карандаша и даю по одному каждому. У меня осталось 3 карандаша, даю каждому по одному. Всего каждый получил по 4 карандаша».

Решение: $12 : 3 = 4$ (к.) (12 карандашей разделили на 3 равные части.)

Ответ: 4 карандаша.

2. Работа над задачей с помощью схематического моделирования.

Например: 10 тетрадей раздали 5 ученикам поровну. Сколько тетрадей получил каждый?

— На сколько равных частей будем делить тетради? Почему?



— Сколько возьмем тетрадей? По сколько тетрадей дадим каждому?



— Сколько еще возьмем тетрадей? Раздайте каждому по одной.



— Все ли тетради раздали?

По сколько тетрадей получил каждый? (Каждый получил по 2 тетради.)

Решение: $10 : 5 = 2$ (т.)

Ответ: 2 тетради.

3. Решение задач без опоры на наглядность.

Переходить к решению без моделирования можно тогда, когда дети научатся находить действие по представлению, а результат деления — на основе знания таблицы умножения.

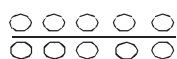
Задача. 8 морковок раздали 4 кроликам поровну. Сколько морковок дали каждому кролику?

Обоснование выбора действия: задачу решаем действием деления, так как 8 морковок надо разделить на 4 равные части и взять столько морковок, сколько их в одной части.

Учащиеся допускают ошибки, смешивая деление по содержанию и деление на равные части. С целью их предупреждения полезно, начиная с проведения подготовительных упражнений, перемежать упражнения: одно — на деление по содержанию, другое — на деление на равные части.

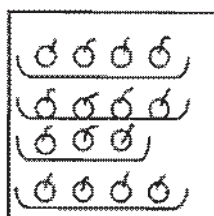
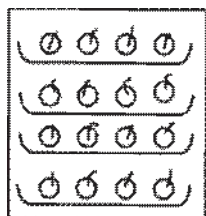
Следует требовать развернутой формулировки ответа, например: «Каждый ученик получил по 2 тетради» или «Карандаши получили 4 ученика». Можно предложить учащимся такие задания:

1. Сравни рисунки и объясни, что обозначает записанное к ним равенство:



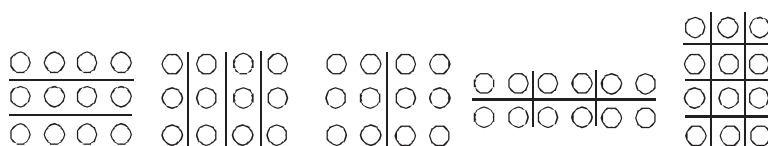
$$10 : 2 = 5$$

2. С каким рисунком можно составить три равенства: одно на умножение и два на деление? Как эти равенства связаны между собой?



Существует и иной подход к ознакомлению с понятиями «деление по содержанию» и «деление на равные части». Н.Б. Истомина, автор одного из альтернативных учебников математики для начальных классов, предлагает вводить деление по содержанию и деление на равные части на одном уроке в сопоставлении, что и служит основой для знакомства с задачами этих видов.

— Расскажи, как **разделили** конфеты на каждом рисунке (на рисунке конфеты условно изображены кружками).



Миша: Я думаю, что на первом рисунке разделили по 4 конфеты, на втором разделили по 3 конфеты, на третьем — по 6, на четвертом — по 2, на пятом — по 1 конфете.

Маша: А я думаю, что на первом рисунке конфеты разделили на 3 равные части, потом на 4 равные части, затем на 2 равные части, на 6 равных частей, а на пятом рисунке конфеты разделили на 12 равных частей.

— Кто верно ответил на вопрос: Миша или Маша? Догадайся! К каким рисункам относятся выражения: $12 : 2$, $12 : 3$, $12 : 6$, $12 : 1$, $12 : 4$. Что обозначает каждое число в выражении?

На этом же уроке учащиеся знакомятся с названием компонентов и результата действия деления. По системе Л.В. Занкова деление рассматривается как действие, обратное умножению, когда по известному значению произведения и одному множителю нужно найти второй. На одном уроке требуется решить и задачу на деление по содержанию, и задачу на деление на равные части:

1. В гараже рядами стояли 20 машин, по 5 машин в каждом ряду. Во сколько рядов были поставлены машины?

2. В гараже стояли 20 машин. Они были поставлены в 4 ряда. Сколько машин стояло в каждом ряду?

— Сравните задачи. Чем они похожи? Чем отличаются?

— Решите задачи. Сравните решения и ответы.

Необходимо обратить внимание детей на то, что эти задачи являются взаимнообратными. Полезно будет и такое задание: решить задачу, например, первую, а потом составить обратную и решить ее.

ЗАДАЧИ, РАСКРЫВАЮЩИЕ ПОНЯТИЕ КРАТНОГО ОТНОШЕНИЯ

Задачи, связанные с понятием отношения, вводятся в таком порядке: сначала на увеличение и уменьшение числа в несколько раз (выраженные в прямой форме), затем — на кратное сравнение и, наконец, — на увеличение и уменьшение числа в несколько раз (выраженные в косвенной форме). Такая последовательность обуславливается тем, что в ходе работы с задачами первого типа легче раскрыть смысл выражений «больше в...», «меньше в...», а также двоякий смысл отношения (если первое число больше второго в несколько раз, то второе число меньше первого во столько же раз), что служит основой для решения задач второго и третьего типа.

Задачи на увеличение числа в несколько раз, выраженные в прямой форме

Так как решение данных задач опирается на знание конкретного смысла действия умножения и выражения «больше в...», то *подготовительная работа* и должна быть направлена на изучение этих вопросов.

Раскрытие смысла выражений «больше в...»:

Задачи с множествами.

1) Положите слева 4 кружка, а справа — 2 раза по 4 кружка. Говорят, что справа кружков в 2 раза больше, чем слева, потому что там 2 раза по столько кружков, сколько их слева, а слева кружков в 2 раза меньше, чем справа.

2) Положите слева 2 квадрата, а справа 3 раза по 2 квадрата. Что можно сказать о числе квадратов справа: их больше или меньше, чем слева? (Их в 3 раза больше, чем слева, а слева в 3 раза меньше, чем справа.)

3) Положите слева 3 треугольника, а справа в 4 раза больше. Что это значит? (По 3 треугольника взять 4 раза.) Что можно сказать о числе треугольников справа: их больше или меньше, чем слева? (Их в 4 раза меньше.)

На этом же уроке можно сопоставить понятие «в несколько раз больше» с понятием «на несколько единиц больше».

1: а) в первый ряд положите 2 палочки, а во второй ряд в 5 раз больше, чем в первый. Сколько палочек положили во второй ряд? Что значит «в 5 раз больше?» (По 2 палочки взяли 5 раз.)

б) в первый ряд положите 2 палочки, а во второй на 5 палочек больше, чем в первый. Сколько палочек положили во второй ряд? Что значит «на 5 палочек больше?» (2 палочки да еще 5.)

2. На наборном полотне на верхней полочке 3 красных кружка, а на нижней синие кружки, их на 2 больше. Вопросы: *На сколько синих кружков больше, чем красных? Что можно сказать о количестве красных кружков — их больше или меньше, чем синих? На сколько?*

3. На втором наборном полотне на верхней полочке 3 красных квадрата, а внизу 2 раза по 3 синих квадрата. *Синих квадратов больше или меньше, чем красных? Во сколько раз синих квадратов больше? Во сколько раз красных квадратов меньше, чем синих?*

Ознакомление с решением задач

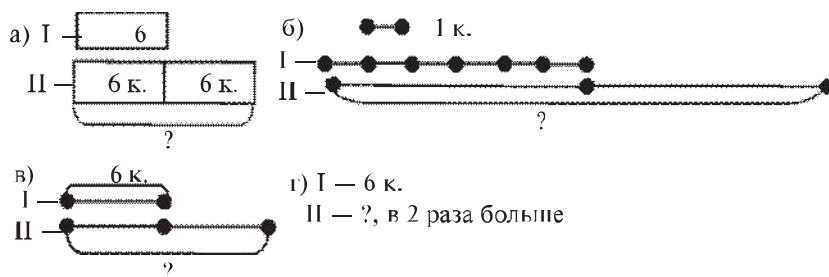
1. Положите в один ряд 5 квадратов, а в другой в 2 раза больше. Как вы это сделаете? (Положим 2 раза по 5 квадратов.) Сколько всего квадратов во втором ряду? (Десять.) Как узнали? (5 умножили на 2.)

2. Задачи с конкретным содержанием:

а) В первой коробке 6 карандашей, а во второй коробке в 2 раза больше, чем в первой. Сколько карандашей во второй коробке? Что значит «в 2 раза больше»?

б) В первой коробке 6 карандашей, а во второй коробке на 2 карандаша больше, чем в первой. Сколько карандашей во второй коробке?

На первых порах помочь учащимся раскрыть связь между данными задачи 2а и искомым поможет графическая модель: либо схематический рисунок (а), либо чертеж (б), либо схема (в); либо краткая запись с помощью опорных слов (г):



Не следует забывать, что наиболее четко эти связи раскрываются в процессе предметного моделирования (можно, например, организовать сначала практическую работу со счетным материалом).

Краткая запись (г) при работе над первыми задачами этих видов нерациональна, так как не раскрывает наглядно отношение «больше в ...» и не помогает учащимся в выборе действия.

Учащиеся выполняют решение задачи 2а. После этого спрашиваем: *«Что можно сказать о числе карандашей в первой коробке — их больше или меньше, чем во второй? Во сколько раз?»*

С целью предупреждения ошибок учащихся (смещение задач на увеличение числа в несколько раз с задачами на увеличение числа на несколько единиц), надо перемежать решение тех и других задач.

На этом уроке предлагается детям и задача 2б.

— *Сравни задачу 2а с задачей 2б. Чем они похожи? Чем отличаются?*

— *Реши задачу 2б. Сравни решения этих задач. Почему задачу 2а решаем действием умножения? Что значит «в 2 раза больше?» Почему задачу 2б решаем действием сложения? Что значит «на 2 карандаша больше?»* Дети приходят к выводу: больше на 2 — столько же да еще 2 — задачу решаем сложением. Больше в 2 раза — 2 раза по столько же карандашей — задачу решаем действием умножения.

Задачи на уменьшение числа в несколько раз, выраженные в прямой форме

Задачи данного вида вводятся после того, как дети приобретут умение решать задачи на деление на равные части и усвоят двоякий смысл отношения «больше в ...»: если первое число больше второго в несколько раз, то второе число меньше первого во столько же раз. Это соотношение ученики должны усвоить в процессе работы над задачами на увеличение числа в несколько раз.

Ознакомление с решением задач можно провести так:

1. Практическая работа со счетным материалом.

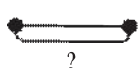
Положите в первый ряд 6 кружков. В другой ряд надо положить в 3 раза меньше кружков. Если во втором ряду будет кружков в 3 раза меньше, то что можно сказать о числе кружков в первом ряду? (Их в 3 раза больше.) Значит, в первом ряду 3 раза по столько, сколько должно быть во втором ряду? (Нужно 6 разделить на 3, получится 2.) Разделите кружки: ОО ОО ОО. (В каждой части получилось по 2. Во втором ряду должно быть 2 кружка.)

Постепенно детей подводим к полному выводу: чтобы получить в n раз меньше, надо разделить данное число кружков на n равных частей и взять столько кружков, сколько их в одной части. Коротко: *«Чтобы получить в n раз меньше, надо данное число разделить на n ».*

2. Задачи с конкретным содержанием.

Около школы растет 12 берез, а лип в 3 раза меньше. Сколько лип растет около школы?

1) Моделирование задачи выполняется в процессе анализа ее текста. Учитель выбирает одну из предложенных ниже моделей.

а) схематический рисунок	б) схема
Б. ○○○○ ○○○○ ○○○○○	Б. ●●●●●●●●●●●●●●●●
Л. ? — в 3 раза меньше	Л. ? в 3 раза меньше
в) чертёж	г) с помощью опорных слов.
Б. 	Б. — 12 д.
Л. 	Л. — ?, в 3 раза меньше

2) Рассуждение при составлении моделей и при обосновании выбора действия.

Лип в 3 раза меньше, чем берез, значит берез в 3 раза больше, чем лип, т.е. их 3 раза по столько, сколько лип. Чтобы узнать количество лип, нужно все березы поделить на 3 равные части, и лип будет столько, сколько берез в каждой такой части. Задачу решаем действием деления.

3) Р е ш е н и е: $12 : 3 = 4$ (л.)

4) О т в е т: 4 липы.

Начиная с первого урока, задачи на уменьшение числа в несколько раз следует перемежать с задачами на уменьшение числа на несколько единиц.

Например:

<i>В пруду плавало 8 гусей, а уток на 2 меньше. Сколько уток плавало в пруду?</i>	<i>В пруду плавали 8 гусей, а уток в 2 раза меньше. Сколько уток плавало в пруду?</i>
---	---

Сравните задачи. Чем они похожи? Чем отличаются? Решите задачи. Сравните их решения. От чего зависит разница в решениях?

Дети приходят к выводу: меньше на 2 — столько, сколько гусей, но без двух; меньше в 2 раза — это значит 8 разделить на 2 равные части и взять столько, сколько в одной части.

Задачи на кратное сравнение

Подготовкой к решению задач на кратное сравнение должно быть: а) выяснение двоякого смысла кратного отношения; б) умение решать задачи на деление по содержанию.

1) Решение задач путем непосредственного оперирования множествами:

Положите в первый ряд 8 кружков, а во второй 2 кружка. Во сколько раз больше кружков в первом ряду, чем во втором?

Рассуждение детей: «Узнаем, сколько раз по 2 кружка содержится в первом ряду, для этого 8 кружков разделим на 2, получится 4 раза по 2, значит, в первом ряду кружков в 4 раза больше, чем во втором, а во втором в 4 раза меньше, чем в первом».

Сравним числа 8 и 2. Как же узнать, во сколько раз одно число больше или меньше другого?

Подводим детей к выводу: чтобы узнать, во сколько раз одно из данных чисел больше или меньше другого, надо большее число разделить на меньшее. В дальнейшем при решении задач на кратное сравнение дети опираются на этот вывод.

2) Решение задач с конкретным содержанием.

Например: *Во дворе гуляло 4 утенка и 8 цыплят. Во сколько раз меньше было утят, чем цыплят?*

Моделирование задачи:

а) У. — 4 шт. Ц. — 8 шт.	Во раз больше?
б) У. — ●●●●● Ц. — ●●●●●●●●	Во раз больше?
в) У. — ○○○○○ Ц. — △△△△△△△△	Во раз больше?

Обоснования выбора действия с опорой на правило.

Р е ш е н и е: $8 : 4 = 2$.

О т в е т: утят было в 2 раза меньше, чем цыплят.

Можно познакомить детей с задачей на кратное сравнение как с задачей, обратной задаче на увеличение числа в несколько раз (система Л.В. Занкова).

Например: *Магазин продал в пятницу 6 кукол, а в субботу — 12 кукол. Во сколько раз больше продал магазин кукол в субботу, чем в пятницу?*

1) Сравни эту задачу с такой: «Магазин продал в пятницу 6 кукол, а в субботу в 2 раза больше. Сколько кукол продал магазин в субботу?»

Что ты можешь о них сказать? (Это взаимнообратные задачи.)

2) Подумай, как понимать выражение «во сколько раз больше»? Я понимаю так: сколько раз меньшее число содержится в большем. Ты со мной согласен? Каким же действием это можно узнать? Ты прав: конечно, делением.

3) Реши задачу. Подумай, какие слова в задаче самые важные.

Магазин продал в пятницу 6 кукол, а в субботу — 12 кукол. Во сколько раз меньше кукол продал магазин в пятницу, чем в субботу?

Сравни эту задачу с задачей «Магазин продал в пятницу 6 кукол, а в субботу — 12 кукол. Во сколько раз больше продал магазин кукол в субботу, чем в пятницу?»

Чем они похожи? Чем отличаются? Одинаковы ли будут решения задач? Если да, то почему?

Задачи на кратное сравнение перемешаются с задачами на разностное сравнение.

1) В киоске продали 90 тетрадей в клетку и 10 тетрадей в линейку. Во сколько раз меньше продали тетрадей в линейку, чем в клетку?

2) В киоске продали 90 тетрадей в клетку и 10 тетрадей в линейку.

На сколько меньше продали тетрадей в линейку, чем в клетку?

1. Сравните задачи. В чем их сходство? В чем различия? Как вы думаете, решения этих задач будут одинаковые или разные?

2. Решите задачи и проверьте свое предположение.

3. Сравните решения задач. От чего зависит разница в решении?

4. Измените вопрос каждой задачи так, чтобы решения не изменились. Запишите найденные вопросы. Почему вы думаете, что решения не изменятся?

ЗАДАЧИ НА УВЕЛИЧЕНИЕ И УМЕНЬШЕНИЕ ЧИСЛА В НЕСКОЛЬКО РАЗ, ВЫРАЖЕННЫЕ В КОСВЕННОЙ ФОРМЕ

Работа с задачами на увеличение и уменьшение числа в несколько раз, выраженными в косвенной форме, основывается на хорошем знании двоякого смысла кратного отношения и умении решать задачи, выраженные в прямой форме.

При ознакомлении с решением задач этого вида дети выполняют соответствующую операцию с конкретными предметами, связывая ее с арифметическим действием.

Разложите квадраты в два ряда так, чтобы в верхнем ряду было 4 квадрата, что в два раза меньше, чем в нижнем.

Сколько квадратов в нижнем ряду? Как узнали? А почему умножили, ведь в задаче сказано «в 2 раза меньше»?

Далее вводятся задачи с **конкретным содержанием**. Сначала можно решить задачу, сформулированную в прямой форме, а от нее перейти к задаче того же вида, сформулированной в косвенной форме.

а) *С первого участка собрали 60 ц моркови, а со второго — в 2 раза больше. Сколько центнеров моркови собрали со второго участка?*

б) *С первого участка собрали 60 ц моркови, это в 2 раза меньше, чем со второго. Сколько центнеров моркови собрали со второго участка?*

1. Сравните задачи. Чем они похожи? Чем отличаются? Как вы думаете: решения этих задач будут одинаковы?

2. Решите задачи. Сравните решения.

Решив первую задачу, ученики объясняют, что здесь нашли число, которое в 2 раза больше, чем 60, выполнив умножение. Прочитав вторую задачу, они устанавливают, что здесь надо найти число, которое тоже в 2 раза больше, чем 60 (с первого участка собрали моркови в 2 раза меньше, чем со второго, значит, со второго участка собрали в 2 раза больше, чем с первого), следовательно, для решения задачи надо выполнить умножение. Важно подчеркнуть, что не всегда с отношением «больше в ... раз» надо связывать действие умножения, а с отношением «меньше в ... раз» — деление. При этом надо объяснить, как анализировать такие задачи: *«Если вы будете решать задачу, в которой говорится, что одно число больше или меньше, чем другое, в несколько раз, то сначала надо подумать, какое число требуется найти — большее или меньшее, после чего выбрать действие»*.

В дальнейшем ученики руководствуются этим объяснением. Например, предлагается решить задачу: *«Газета стоит 2 рубля. Она дешевле журнала в 10 раз. Сколько стоит журнал?»*

Ученик рассуждает: «Что дороже, журнал или газета? Журнал в 10 раз дороже, чем газета, потому что газета дешевле в 10 раз, чем журнал. Нахожу большее число, выполняю умножение: $2 \cdot 10 = 20$ (руб.)»

О т в е т: журнал стоит 20 рублей».

Сначала такое рассуждение ученики выполняют вслух, затем — про себя. Чтобы предупредить ошибки, полезно предлагать парами задачи в прямой и косвенной форме, проводить сравнение их условий и решений.

В этих же целях полезно проводить разбор неверных решений, а также предлагать задания творческого характера, например:

«Составьте задачу со словом “больше” (“меньше”), которая решается так: $270 : 3$ ($270 \cdot 3$). Измените задачу, чтобы она решалась умножением (делением). Составьте задачу, которая решается умножением, но в ее условии есть слово меньше (больше). Измените задачу, чтобы она решалась делением (умножением). Выбери из данных выражений то, которое будет решением задачи, и др.»

Надо предусмотреть сравнение задач на увеличение и уменьшение числа в несколько раз, сформулированных в косвенной форме, с соответствующими задачами на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц.

а) Из первой бочки взяли 32 л воды, что в 2 раза меньше, чем взяли из второй бочки. Сколько литров воды взяли из второй бочки?

б) Из первой бочки взяли 32 л воды, что на 2 л меньше, чем взяли из второй бочки. Сколько литров воды взяли из второй бочки?

1. Сравните задачи. Чем они похожи, чем отличаются? Как вы думаете: решения этих задач будут одинаковыми?

2. Решите задачи. Сравните решения. От чего зависит разница в решении?

ЗАДАЧИ, РАСКРЫВАЮЩИЕ СВЯЗ МЕЖДУ КОМПОНЕНТАМИ И РЕЗУЛЬТАТАМИ ДЕЙСТВИЙ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ

Задачи на нахождение неизвестного множителя, делимого и делителя вводятся во 2 классе, но предлагаются только с отвлеченными числами.

Подготовкой к введению задач указанных видов служит изучение названий компонентов и результатов действий умножения и деления и взаимосвязей между компонентами и результатами действий умножения и деления.

Задачи на нахождение неизвестного множителя

Задача: Какое число надо умножить на 8, чтобы получить 40?

Ученик рассуждает: «Обозначу неизвестное число “окошечком” и составлю равенство: $8 \cdot \square = 40$. Здесь неизвестен множитель. Чтобы его найти надо произведение разделить на известный множитель: $40 : 8 = 5$. Ответ: число 5. Чтобы получить 40, нужно число 5 умножить на 8; $5 \cdot 8 = 40$ ».

После ознакомления учащихся с уравнениями, работа с задачей сводится к составлению уравнения и решению его по правилу.

Рассуждения ученика (к задаче, предложенной выше):
 «Обозначу неизвестное число буквой, например x , и составлю уравнение: $x \cdot 8 = 40$. Далее рассуждение проводится аналогично первому.

Задачи на нахождение неизвестного делимого

Задача: «Если некоторое число разделить на 9, то получится 6. Чему равно неизвестное число?»

$$\square : 9 = 6 \text{ или } x : 9 = 6.$$

Задача сводится к составлению равенства с окошечком или к составлению уравнения и решению его по правилу нахождения неизвестного делимого: $x = 6 \cdot 9$, $x = 54$.

Задачи на нахождение неизвестного делителя

Задача: «Если 42 разделить на неизвестное число, получится 7. Найти неизвестное число».

$$42 : \square = 7 \text{ или } 42 : x = 7$$

Задача сводится к составлению равенства с окошечком или к составлению уравнения и решению его по правилу нахождения неизвестного делителя: $x = 42 : 7$, $x = 6$.

ОЗНАКОМЛЕНИЕ УЧАЩИХСЯ С СОСТАВНОЙ ЗАДАЧЕЙ

Овладение всеми учащимися умением решать простые задачи является необходимым условием успешного обучения решению составных задач. Речь идет не о заучивании и узнавании определенных видов простых задач, т.е. о **навыке** решения простых задач, а лишь о формировании или отработке определенных умений:

- а) читать задачу (понимать значение слов в ней, выделять главные (опорные) слова);
- б) выделять условие и вопрос, известное и неизвестное (данные и искомое);
- в) устанавливать связь между данными и искомым, т.е. проводить анализ текста задачи, результатом которого является выбор арифметического действия для ее решения;
- г) записывать решение и ответ задачи.

Вместе с тем ознакомлению с составной задачей должна предшествовать и специальная подготовительная работа. Цель ее — подвести детей к мысли, что не каждая задача может быть решена сразу, путем выполнения одного арифметического действия, так

как иногда для этого не хватает числовых данных. Предлагаются следующие задания:

1. Постановка вопроса к данному условию задачи. Такие упражнения в традиционном учебнике представлены в различной форме и постепенно усложняются.

а) Было О О О О (желудя). Стало на 3 больше. Сколько ... ?

б) На горке катались 8 мальчиков и 5 девочек. Потом 4 девочки ушли домой. Объясни, что ты узнаешь, выполнив действия: $8 + 5$, $8 - 5$, $5 - 4$.

в) Поставь к каждому условию вопрос, чтобы задача решалась так: $8 - 6$.

1. В одном классе 8 отличников, а в другом 6 отличников.

2. В прошлом году Сережа вырос на 8 см, а в этом году — на 6 см.

2. Выбор из предложенных вопросов к определенному условию таких, на которые можно ответить, пользуясь данным условием.

Например: От проволоки длиной 15 дм отрезали сначала 2 дм, а потом еще 4 дм.

а) Сколько всего дециметров проволоки отрезали?

б) На сколько дециметров меньше отрезали в первый раз, чем во второй?

в) На сколько дециметров проволока стала короче?

г) Сколько дециметров проволоки осталось?

Справиться с заданием детям поможет графическая модель условия:



3. Решение задач с недостающими данными.

Сначала они предлагаются в таком виде: «Мини надо решить 10 примеров. Он уже решил $\square$ примеров. Сколько примеров ему осталось решить?»

Предоставляя ученикам возможность ввести недостающее данное самим, необходимо обратить внимание на то, что оно зависит от неизвестного. Так, например, числа 11, 12, ... нельзя подставить в «окошко», так как ученику всего нужно было решить 10 примеров. Аналогичная ситуация возникает фактически и при решении составных задач. Так, если для ответа на главный вопрос задачи в два действия не хватает одного данного, то его нужно найти, используя для этого другие данные. Хотя эта ситуация немного сложнее, анализ ее сводится к рассуждениям, подобным тем, которые ученик проводит при анализе задачи с недостающими данными.

Другая форма такого задания: дополни задачу и реши ее: «Кроликам принесли кочан капусты и корзину моркови. Моркови было на 2 кг больше, чем капусты. Сколько моркови принесли кроликам?»

4. Работа над задачами с двумя вопросами.

Например: «Столяр сделал 8 книжных полок, а кухонных полок на 3 меньше. Сколько кухонных полок сделал столяр? Сколько всего полок сделал столяр?»

Чтобы учащиеся лучше осознали взаимосвязь вопросов, можно помещать их местами и в ходе коллективного обсуждения выяснить, на какой из них можно найти ответ по данному условию сразу и что нужно сначала узнать, чтобы ответить на другой.

Эффективен здесь будет прием сравнения этой задачи с задачей, в которой два вопроса никак не связаны между собой. Например: «На первой полке 6 книг, а на второй — 8 книг. Сколько всего книг на двух полках? На сколько книг на одной полке больше, чем на другой?»

5. Решение пар простых задач, когда искомое одной является данным для другой.

Например: 1. У Саши было 6 пластинок со сказками, 4 пластинки с детскими песнями. Сколько всего пластинок было у Саши?

2. У Саши было 10 пластинок. Он подарил 1 пластинку товарищу. Сколько пластинок осталось у Саши?

Работу с этими задачами можно провести по-разному: 1) сначала решить каждую задачу, а затем сравнить их и отыскать связь между ними; 2) после решения первой задачи полный ответ записать на доске и при анализе текста второй сразу обратить внимание учащихся на то, что ее условие начинается с того ответа, который был получен на вопрос первой задачи.

Логическим продолжением является работа над следующей парой задач:

1. В одном цехе 10 станков, а в другом на 4 станка меньше. Сколько станков в другом цехе?

2. В одном цехе 10 станков, а в другом $\square$ станков. Сколько всего станков в этих двух цехах?

Здесь использовано сочетание двух заданий: решение задач с недостающими данными и решение пар взаимосвязанных задач. Для того, чтобы дополнить данные во второй задаче, нужно решить первую.

6. Выбор из условия задачи данных, необходимых для ответа на поставленный вопрос.

Например: «Мама купила 5 кг картофеля, 2 кг моркови, 3 кг лука, 1 кг свеклы. Сын помог ей и отнес домой 6 кг овощей. Какие покупки он мог отнести?»

С этой же целью полезно использовать и задачи «с лишними данными». Например: «У Вани 6 значков, у Лены на 2 значка меньше, у Коли 3 значка. Сколько значков у Вани и у Коли вместе?»

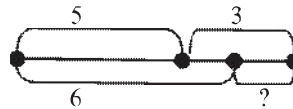
Уместно работу с такими задачами дополнить заданием: «Придумайте еще вопросы, на которые можно ответить в этой задаче».

При знакомстве с составной задачей полезно использовать различные дидактические приемы. Некоторые методисты считают, что начинать работу следует с задачи, в условии которой содержится три данных, что сразу отличает ее от простых задач. Решаться она должна двумя различными арифметическими действиями: например, сложением и вычитанием. Задача обязательно должна быть наглядно проиллюстрирована.

Например: «Мама сорвала с одной яблони 5 яблок, а с другой 3 яблока. 6 яблок она отдала детям. Сколько яблок осталось у мамы?»

Организуется ролевая игра, в ходе которой ученица выполняет действия со счетным материалом, описанные в задаче. Оставшиеся в «корзинке» яблоки должны быть расположены так, чтобы их нельзя было сосчитать. Параллельно выполняется краткая запись или графическая модель (чертеж или схема):

Сорвала — 5 ябл. и 3 ябл.
Отдала — 6 ябл.
Осталось — ?



Разбор задачи проводится методом краткого анализа, после чего дети предлагают найти общее количество сорванных яблок так: $5 + 3$. Учитель записывает это выражение, но предлагает пока не вычислять его значение.

— Что обозначает эта сумма? Что узнаем, когда вычислим ее?

— Можно ли теперь узнать, сколько яблок осталось? (Да, нужно из всех яблок вычесть 6.)

— Как показать, что 6 будем вычитать из всей суммы? (Поставить скобки $(5 + 3) - 6$.)

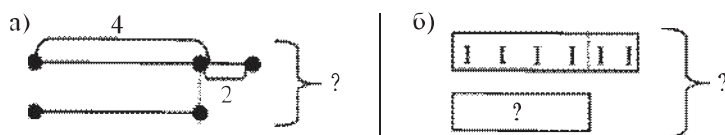
Учитель должен добиться, чтобы дети четко осознали связь этого выражения с планом решения задачи. Запись решения по действиям лучше показать на этом же уроке и разъяснить, что оба способа записи отражают один и тот же план решения. В дальнейшем нужно постоянно разводить понятия «способ решения» и «способ записи решения задачи». Не следует после первого урока ознакомления с составной задачей задавать на дом ее решение.

Знакомство с составной задачей можно сразу начать с ее решения: «В первой коробке 6 карандашей, а во второй на 2 карандаша меньше. Сколько всего карандашей в двух коробках?»

После анализа текста задачи в ходе коллективного обсуждения даются ответы на следующие вопросы:

1. Можно ли сразу ответить на вопрос задачи? Почему нельзя?
2. А можно ли узнать, сколько карандашей во второй коробке?
3. Что мы для этого знаем?

Средством, помогающим найти ответы на эти вопросы, может служить как предметная наглядность или рисунок в учебнике, так и графическая модель задачи:



Составляется план решения задачи с обоснованием выбора каждого арифметического действия и показывается запись решения как по действиям, так и выражениям. Особое внимание следует уделить взаимосвязи этих двух способов.

Такой вариант ознакомления с составной задачей лучше использовать тогда, когда учащиеся испытывали затруднения при выполнении пропедевтических заданий. Если же подготовительная работа была результативной, можно знакомство с составной задачей провести другими способами.

1. Учитель предлагает детям решить самостоятельно две простые задачи (их текст записан на доске или на плакате):

1. В первой коробке 6 карандашей, а во второй на 2 карандаша меньше. Сколько карандашей во второй коробке?

2. В первой коробке 6 карандашей, а во второй 4. Сколько карандашей в двух коробках?

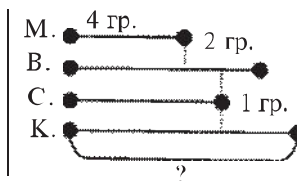
После решения задач внимание детей обращается на связь между ними, из двух задач составляется одна, но с двумя вопросами. Для самопроверки используется текст этой задачи, заранее записанный на обратной стороне доски.

Учитель просит подумать, на какой из вопросов можно ответить сразу, выполнив одно арифметическое действие, и почему. Затем закрывает (или стирает) этот вопрос и спрашивает: «На оставшийся вопрос можно сразу ответить?» (Нет. Сначала нужно узнать, сколько карандашей во второй коробке.) Учитель сообщает детям,

что задача, в которой нельзя ответить на вопрос, выполнив одно действие, называется составной. Затем он показывает запись ее решения (по действиям или выражениям).

2. Учитель предлагает текст задачи, сопровождая его краткой записью или моделью: «*Маша, Вера, Сережа и Коля пошли за грибами. Маша нашла 4 белых гриба. Вера на 2 больше, чем Маша, Сережа на 1 гриб меньше, чем Вера, а Коля на 3 гриба больше, чем Сережа. Сколько грибов нашел Коля?*»

М. — 4 гр.
В. — на 2 гр. больше М.
С. — на 1 гр. меньше В.
К. — ?, на 3 гр. больше С.



Проводится беседа.

— Посмотрите, — говорит учитель, — в задаче только один вопрос: *Сколько грибов нашел Коля?*

Учитель выделяет этот вопрос красным цветом.

— *Что сказано про грибы, которые нашел Коля?* (Он нашел на 3 гриба больше, чем Сережа.)

— *А знаем ли мы, сколько грибов нашел Сережа?* Давайте поставим знак вопроса. (Ставится соответствующий знак вопроса в краткой записи.)

— *Что сказано про Сережу?* (Проводятся рассуждения, аналогичные предыдущим. Выясняется, что число грибов, собранных Верой, тоже не известно. В краткой записи появляется третий знак вопроса.)

— *На какой же из этих вопросов мы можем ответить?* (На тот, который поставили последним.)

Учитель обводит в краткой записи или модели две первые строчки.

— *Как узнать, сколько грибов нашла Вера?*

Рядом с краткой записью записывается действие, ответ б подчеркивается.

$$1) 4 + 2 = 6 \text{ (гр.)}$$

— *Кто нашел 6 грибов?* (Вера.) *Можем ли мы узнать теперь, сколько грибов нашел Сережа?* (Можем.)

Выполняется запись:

$$2) 6 - 1 = 5 \text{ (гр.)}$$

— *Можем ли мы теперь ответить на главный вопрос задачи, выделенный красным цветом?* (Можем.)

Записывается третье действие:

$$3) 5 + 3 = 8 \text{ (гр.)}$$

Не следует расценивать данную работу как объяснение решения определенного вида задач. Это методический прием разъяснения понятия «составная задача». После знакомства с ней описанные методы не утрачивают своего значения. На уроках следует не только решать составные и простые задачи, но и творчески применять различные приемы, которые использовались на подготовительном этапе. Так, на втором уроке можно, например, записать на доске тексты двух простых задач:

1. *Маляру надо покрасить в одной квартире 6 дверей, а в другой — 4. Сколько дверей нужно покрасить маляру?*

2. *Маляру нужно покрасить 10 дверей. Он покрасил 7 дверей. Сколько дверей осталось покрасить маляру?*

Учитель сначала организует работу класса по решению этих простых задач (фронтально или самостоятельно, устно или письменно). Затем он предлагает текст составной задачи: «*Маляру надо покрасить в одной квартире 6 дверей, а в другой — 4. Он покрасил 7 дверей. Сколько дверей осталось покрасить маляру?*»

Для того, чтобы подчеркнуть связь данных простых задач с составной, можно выделить простые задачи в тексте составной. Это умение будет полезно в дальнейшем при решении некоторых составных задач.

В уроки следует включать не только решение простых и составных задач, но и сравнение их, а также творческое использование различных заданий, направленных на формирование соответствующего умения. Например, работу с задачей: «*Купили игрушки: машину за 5 руб., барабан за 3 руб., ружье за 4 руб. Сколько стоила вся покупка?*» — можно организовать следующим образом. Сначала в ходе фронтальной работы предложить ответить на различные вопросы:

— Сколько заплатили за машину и барабан?

— Сколько стоят барабан и ружье?

— Сколько стоят машина и ружье?

— На сколько машина дороже барабана?

— На сколько ружье дороже барабана?

Это поможет детям осознать возможность решения задачи различными способами:

1-й способ	2-й способ	3-й способ
1) $5 + 3 = 8$ (руб.)	1) $5 + 4 = 9$ (руб.)	1) $3 + 4 = 7$ (руб.)
2) $8 + 4 = 12$ (руб.)	2) $9 + 3 = 12$ (руб.)	2) $7 + 5 = 12$ (руб.)

Предложив затем самостоятельно решить составную задачу, учитель наблюдает за ходом работы. Затем на доске открывается три способа решения, а учитель просит учеников найти тот способ решения, который каждый из них выбрал.

Дальнейшая работа проводится в зависимости от ситуации. Если все три способа нашли отражение в работах учащихся, то учитель предлагает объяснить каждый из них. Для этого он вызывает учеников, не справившихся с заданием, самостоятельно решать задачу на доске. Остальные контролируют их, помогая наводящими вопросами: что обозначает число 5? Что узнаем, если к 5 прибавим 3? и т.д. Форма помощи может быть представлена учителем при разборе любого из предложенных способов решения. Прделанная работа подготовит учащихся к выполнению второго задания: используя те же данные, составить задачи, которые решаются так: $5 + 3$; $5 - 3$; $4 - 3$; $5 + 4$.

На этом этапе следует использовать задания, связанные с анализом готовых решений. Например: рассмотри записи и объясни, к какой задаче относится каждая из них: $(3 + 2) + 3$; $3 + 2$.

1) *В первом бидоне 3 л молока, во втором — на 2 л больше. Сколько литров молока во втором бидоне?*

2) *В первом бидоне 3 л молока, во втором — на 2 л больше. Сколько литров молока в двух бидонах вместе?*

Среди методических приемов, способствующих разведению понятий «простая задача» и «составная задача», используются:

1. Постановка различных вопросов к данному условию. Например: «*Таня собрала 7 грибов, а Саша на 2 гриба меньше. Сколько ... ?*» После решения каждой из составленных задач следует сравнить как сами задачи, так и их решения.

2. Преобразование простой задачи в составную задачу и наоборот. Например: «*С одной ветки взлетело 5 воробьев, а с другой — на 2 воробья больше. Сколько воробьев взлетело со второй ветки?*» После устного решения этой задачи дается задание:

— Измените вопрос задачи так, чтобы она стала составной. Вносятся поправки в краткую запись, и задача решается. Дети отвечают на вопрос:

— Почему первая задача была простая, а вторая является составной?

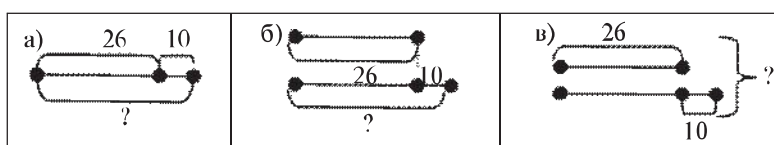
Наряду с решением простых и составных задач надо включать задания по составлению задач по данному решению, по краткой записи, задач, аналогичных решенной, и т.д. Ряд интересных заданий предлагается в альтернативных учебниках под редакцией

Н.Б. Истоминой и др., под редакцией Н.Я. Виленкина и Л.Г. Петерсон.

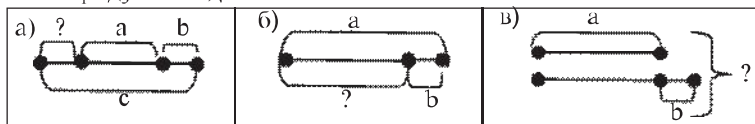
1. Подбери нужную схему к каждой задаче и реши ее:

1) На первой полке 26 книг. На второй — на 10 книг больше, чем на первой. Сколько книг на двух полках?

2) На первой полке 26 книг. На второй — на 10 книг больше, чем на первой. Сколько книг на второй полке?



2. Придумай задачи к схемам.



Уже при работе с первыми составными задачами учителю необходимо обучить детей общим приемам работы над ней. Одним из средств, помогающих решить эту проблему, является использование «Памятки по работе над задачей». Она представляет собой индивидуальную карточку с напечатанным на ней алгоритмом работы над задачей:

1. Читай задачу и представляй себе то, о чем говорится в ней.
2. Запиши задачу кратко или построй ее модель.
3. Объясни, что показывает каждое число, и назови вопрос задачи.
4. Подумай, какое число получится в ответе: больше или меньше, чем данные числа.
5. Подумай, можно ли сразу ответить на вопрос задачи. Если нет, то почему. Что можно узнать сначала, что потом? Составь план решения.
6. Выполни решение.
7. Ответь на вопрос задачи.
8. Проверь решение.

Формулировки могут быть изменены, но обязательно должны отражать процесс работы над текстовой задачей. Очень важно правильно организовать обучение школьников использованию «Памяток».

На I этапе ученики должны усвоить суть каждого отдельного пункта «Памятки» и научиться действовать в соответствии с ним. Учитель каждый раз сам называет эти пункты и учит их выполнять.

На II этапе учащиеся знакомятся с системой требований «Памятки» и учатся ими пользоваться при решении задач. Школьники получают карточки с «Памяткой». Каждое требование читается одним из детей вслух, в процессе работы рассуждение ведется также вслух.

На III этапе учащиеся должны усвоить систему требований и самостоятельно пользоваться ими, решая задачи. В это время дети читают «Памятку» про себя, но рассуждение ведут вслух.

На IV этапе ученики про себя называют требования и про себя выполняют их, т.е. вырабатывается умение работать над задачей в соответствии с «Памяткой».

Формулируя общий метод работы над задачей, учитель должен иметь в виду, что не все дети одновременно овладеют им. Не следует запрещать пользоваться карточками тем учащимся, которым это необходимо. Не стоит специально разучивать требования — они должны быть усвоены непроизвольно, в результате многократного выполнения. Важной задачей является формирование у школьников понимания смысла и целесообразности работы по «Памятке». К этому выводу учащиеся должны прийти сами.

ФОРМИРОВАНИЕ ОБЩЕГО УМЕНИЯ РЕШАТЬ СОСТАВНЫЕ ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

Одна из базовых целей обучения математике в начальной школе — формирование у учащихся общего умения решать текстовые задачи. Обнаружить его можно, предъявив ученику незнакомую задачу. Если он сразу откажется от решения, оправдываясь тем, «что такие в классе не решали», это означает, что общее умение не сформировано. Если же, осознавая, что он не встречался с такими задачами, ребенок начинает преобразовывать ее, используя различные общие приемы (выясняет смысл каждого слова и предложения, строит модели, пытается переформулировать текст, проводит рассуждения с целью поиска плана решения и т.п.), и либо находит ответ, либо делает вывод, что задачу решить не может, так как не знает какой-либо зависимости, не владеет какой-либо информацией, то он владеет общим умением.

Оно складывается из знаний о задачах и процессе их решения (в частности, об этапах решения задач, о приемах, помогающих решению) и умений применять эти знания в конкретной ситуации, выбирать общие приемы, помогающие решению любой задачи.

Процесс решения любой текстовой задачи состоит из нескольких этапов:

1. Восприятие и первичный анализ.
2. Моделирование задачи.
3. Поиск решения и составление плана решения.
4. Запись решения.
5. Проверка решения.
6. Запись ответа.

ВОСПРИЯТИЕ И ПЕРВИЧНЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧИ

Основная цель этого этапа — добиться, чтобы каждый ученик четко представил себе, о чем эта задача, что в задаче известно, что нужно найти, какая существует зависимость между данными (числами, величинами, значениями величин); какими отношениями связаны данные и неизвестные, данные и искомое, что является искомым: число, отношение, некоторое утверждение.

Можно выделить следующие приемы, используемые на первом этапе решения текстовой задачи:

- 1) выделение в тексте условия задачи и ее вопроса, первичный анализ текста;
- 2) представление той жизненной ситуации, которая описана в задаче (мысленное рисование, словесное рисование), мысленное участие в ней (если это возможно);
- 3) разбиение текста задачи на смысловые части;
- 4) переформулировка текста задачи: замена данного описания ситуации другим, сохраняющим все отношения и зависимости и их количественные характеристики, но более ярко их выражающим.

Каждый из перечисленных выше приемов начинается с чтения или слушания задачи. От того, как она будет прочитана или прослушана, зависит ее понимание. Основные требования к чтению задачи:

- правильное чтение всех слов, сочетаний слов, соблюдение знаков препинания;
- правильная расстановка логических ударений, особенно при чтении вопроса задачи.

Например, вопрос задачи: «Сколько желтых цветов в вазе?» — может быть прочитан, по крайней мере, тремя различными способами расстановки логического ударения.

1. Сколько желтых' цветов в вазе? В этом случае, по-видимому, в задаче речь идет о цветах разной окраски, находящихся в вазе. Причем, число желтых цветов какой-то зависимостью связано с числом цветов другой окраски.

2. Сколько желтых цветов' в вазе? Это выделение слова «цветов» позволяет предположить, что, кроме цветов, в вазе находятся и другие предметы (стебли, веточки и т.п.).

3. Сколько желтых цветов в вазе'? Очевидно, речь идет о ситуации, когда цветы находятся в вазе и еще в каком-то сосуде или пока не поставлены в вазу. Необходимо учить детей правильной постановке логического ударения в вопросе задачи. Для этого можно предложить следующие упражнения:

- 1) прочитать предложенный вопрос задачи, выделив в нем нужное слово в зависимости от той или иной ситуации, к которой он поставлен. Ситуации и вопрос учитель подбирает, учитывая возможную вариативность логического ударения;
- 2) придумать ситуацию (условие задачи), к которой можно поставить такой вопрос

Вопрос читается с выделением в нем сначала одного слова, затем другого. Вопрос может быть записан на доске (кодоскопе).

Если в тексте задачи встречаются незнакомые детям слова или выражения, то целесообразно разъяснить их до начала чтения.

Лучшему восприятию задачи при ее слушании способствует выполнение следующих рекомендаций, с которыми полезно познакомить учащихся:

а) при слушании задачи в первый раз нужно представить описанную в ней ситуацию в целом и обязательно выделить и запомнить вопрос;

б) при повторном слушании нужно выделить и запомнить ту информацию, которая соответствует вопросу и послужит основой поиска решения.

Если после прочтения (прослушивания) задачи ученик понял ее, он приступает к поиску решения и его выполнению. В противном случае он выполняет другие операции по восприятию задачи.

1. Выделение условия и вопроса из текста задачи в некоторых случаях проходит формально; учитель дает задание:

- прочитайте условие задачи;
- прочитайте вопрос.

Многим учащимся этого недостаточно для понимания сути задачи, так как при такой работе анализ содержания отсутствует. Поэтому учителя используют прием постановки специальных вопросов к тексту задачи:

- о чем эта задача?
- что в ней обозначает число ... ?
- что в ней сказано о ... ?
- что требуется узнать? и т.п.

Очень важно научить детей самим задавать такие вопросы, выделять в тексте задачи слова, определяющие выбор действий («на каждую», «поровну», «таких же», «одинаковых» и т.п.), а также слова и выражения, без правильного понимания которых задача не может быть решена верно («за одно и то же время», «одновременно» и т.п.). Продумывание вопросов, связанных с осознанием текста задачи, может оказаться настолько эффективным, что после ответа на них большинство учащихся уже самостоятельно справляются с дальнейшей работой. В противном случае используются другие приемы.

2. Представление описанной в задаче ситуации. Оно начинается уже при чтении или слушании задачи. Однако мысленное воспроизведение всех компонентов ситуации и всех связей между ними может осуществляться и после этих действий с целью вычленения всех количественных и качественных характеристик ситуации. Этому нужно специально учить детей с помощью таких, например, заданий:

а) по тексту задачи представить ситуацию, описанную в нем. Через 1—2 минуты после чтения задачи учитель просит 1—2 учеников рассказать, что они представили (нарисовать «словесную картинку»). Учитель совместно с другими учениками анализирует качество представления; обращается внимание на существенные детали, которые обязательно нужно представить, и несущественные, которые лучше опустить;

б) один из учеников читает про себя задачу и затем рассказывает о том, как он представляет себе, о чем говорится в задаче. По его рассказу остальные учащиеся воссоздают текст задачи.

Для понимания некоторых задач полезно мысленно представлять себя участником описанной в задаче ситуации. Для обучения этому приему учитель так организует работу над задачей: «*Мальчик купил альбом за 30 руб. В кассу он подал две монеты: 20 руб. и 20 руб. Сколько сдачи получил мальчик?*» Педагог предлагает каждому ученику представить, что он покупал в магазине альбом.

По очереди дети рассказывают, как они «покупали альбом». Учащиеся убеждаются, что этот прием помогает понять задачу, а значит, этому полезно научиться.

3. Разбиение текста задачи на смысловые части и выделение на этой основе всей необходимой для поиска решения информации. При этом происходит не только понимание, но и запоминание содержания задачи.

На разных этапах обучения разбиение может производиться по-разному.

Так, в начале работы над простыми задачами полезно разделять текст на части, описывающие:

- а) начало события: *«В саду росло 6 кустов малины»;*
- б) действие, которое произвели (произошло) с объектами задачи: *«3 куста засохли»;*
- в) конечный момент события, результат действия, о чем обычно говорится в вопросе задачи: *«Сколько кустов осталось?».*

Для других простых задач выделяют описания двух связанных определенным отношением совокупностей предметов, двух значений величины и т.п. Например: *«У Коли 7 марок, а у Саши на 3 марки больше. Сколько марок у Саши?».*

Для составных задач разбиение текста может служить основой выделения простых задач, последовательное решение которых составляет решение исходной составной задачи.

Пример: *«В саду 23 вишни, черешен на 3 меньше, чем вишен, а яблонь столько, сколько вишен и черешен вместе. Сколько яблонь в саду?»*

Разбиение текстов начинается с вопросов: О чем эта задача? Что требуется узнать в ней? На какие логические части делится ее текст? Выясняется, что задачу можно разбить на следующие части:

1. В саду 23 вишни, а черешен на 3 меньше, чем вишен.
2. Яблонь в саду столько, сколько вишен и черешен вместе.
3. Вопрос задачи: Сколько яблонь в саду?

После такого разбиения поиск решения заключается в выяснении того, что в каждом случае можно и нужно узнать и как это сделать.

В практике обычно учитель использует этот прием при фронтальной работе над содержанием задачи. Однако необходимо, чтобы первичный анализ стал способом деятельности самого ученика, а для этого его нужно специально обучать. Необходимо продемонстрировать его полезность. Для этого при решении нескольких

задач учащиеся выполняют действия, входящие в прием, по указанию учителя. Затем он обращает внимание учеников на то, что выполненные операции помогают лучше понять задачу и, следовательно, облегчают поиск решения. С помощью учителя школьники определяют, какие задания могут им помочь овладеть данным приемом:

- а) разбить тексты нескольких задач на смысловые части;
- б) по тексту задачи с выделенными частями определить, облегчает ли разбиение понимание;
- в) из двух вариантов разбиения одной задачи выделить более полный;
- г) повторить текст задачи, прочитанной учителем, по частям;
- д) разделить тексты задач, записанные на карточках, на части вертикальными черточками и обменяться карточками для взаимопроверки.

4. Разбиение текста задачи, сопровождающееся переформулировкой текста. Цель — отбрасывание несущественных деталей, уточнение и раскрытие смысла важных элементов задачи. При использовании этого приема у учащихся развивается абстрактное мышление, что так необходимо для успешного обучения математике.

Например, задачу *«За 35 тетрадей заплатили 70 рублей. Сколько нужно заплатить за 18 блокнотов, если блокнот на 8 рублей дороже тетради?»* лучше переформулировать, используя термины «цена», «количество», «стоимость»: *«Стоимость всех тетрадей 70 рублей, количество — 35, цена неизвестна (первая часть задачи). Количество блокнотов — 18, цена неизвестна, стоимость тоже неизвестна, ее нужно найти (вторая часть задачи). Цена одного блокнота на 8 рублей больше цены одной тетради (третья часть)»*.

Постепенное сокращение текста задачи и формирование у учащихся умения выделять ее основной математический смысл — одно из стержневых направлений в работе по системе Л.В. Занкова. Самостоятельное и сознательное исключение из текста задачи всех необязательных слов приводит к составлению ее краткой записи и является, по мнению И.И. Аргинской, средством для глубокого и полного анализа математических связей, данных в задаче.

Обучение сокращению текста второклассников, которые обычно не видят в задаче лишних слов, начинается с такой задачи, в которой заведомо есть много слов, не связанных с ее математическим смыслом.

Например: *«В густом, тенистом саду на большой круглой клумбе среди других цветов распустилось 25 астр. Они были белые, розовые, сиреневые, желтые и фиолетовые. Некоторые были похожи на звезды, а другие — на пушистые шары. Ярким солнечным утром в воскресенье к клумбе подошла девочка в голубом платье и с белым бантом в длинных русых волосах. Она срезала 11 астр большими острыми ножницами и отнесла их маме. Сколько астр осталось в саду на большой клумбе?»* Текст задачи записывается на доске, постепенно лишние слова зачеркиваются или стираются. Каждая версия детей обсуждается и доказывается.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИТУАЦИИ, ОПИСАННОЙ В ЗАДАЧЕ

Деление на этапы процесса решения текстовой задачи весьма условно. Моделирование можно было бы отдельно не выделять, поскольку, с одной стороны, его можно считать одним из приемов первичного анализа задачи, а с другой — средством, облегчающим составление плана решения задачи. Понятие моделирования можно рассматривать как в широком, так и узком смысле. В широком — текст задачи уже является ее моделью, словесной моделью. Представление ситуации, описанной в задаче, — это мысленная модель. Запись решения с помощью математических знаков — знаково-символическая. Все эти три модели являются описанием одного и того же объекта — задачи. Различаются они тем, что выполнены на разных языках: языке слов, языке образов, языке математических символов. В широком смысле процесс решения задачи — это не что иное, как последовательный переход от одной модели к другой. В этом случае сформировать у учащихся умение решать текстовые задачи — значит научить их моделировать ее как на языке слов, так и на языке образов, а затем и на языке символов. Главное правило построения модели — она должна отражать количественные отношения и характер связей между данными величинами и искомыми.

В результате первичного анализа текста задачи учащиеся могут прийти к построению словесной модели, которую в методической литературе чаще всего называют краткой записью задачи. Она может быть различной:

— с помощью опорных (основных) слов:

Привезли — 56 кг

Продали — 18 кг и 12 кг

Осталось — ?

— в виде таблицы:

Фрукты	Масса в 1 ящике	Количество ящиков	Общая масса
Яблоки	одинаковая	4	24 кг
Груши		6	?

Такая модель может служить опорой для дальнейшего поиска решения задачи, поэтому составлению краткой записи следует специально учить детей. Беседа по составлению краткой записи первого вида может быть проведена так:

- Какие слова выберем для краткой записи?
- Знам, сколько килограммов яблок привезли?
- Знам, сколько килограммов яблок продали?
- А что знаем об этом?
- Что требуется узнать в задаче?

Беседа по составлению краткой записи в форме таблицы может быть такой:

- *О каких величинах идет речь в задаче?* (Масса в 1 ящике, количество ящиков, общая масса.)
- *Что купили?* (Яблоки и груши.)
- *Знаем массу яблок в 1 ящике? А массу груш в 1 ящике?*
- *А что сказано о массе яблок и груш в одном ящике?* (Одинаковая.)
- *Что известно в задаче о яблоках?* (Одинаковые ящики с яблоками, всего 24 кг.)
- *А что известно о грушах?* (Купили 6 таких же ящиков груш.)
- *Что требуется узнать в задаче?* (Сколько купили груш?)

По ходу обсуждения на доске появляется краткая запись. Беседа может быть более подробной в начале обучения, позднее ее целесообразно сокращать.

Особо следует обратить внимание на таблицы с использованием названий величин, редко встречающихся в задачах или вовсе неизвестных детям. Например: «выработка за 1 час», «время работы», «общая выработка». Может случиться, что при составлении краткой записи к такой, например, задаче: «*На консервном заводе ежедневно выпускали по 3000 банок консервов. После введения новой техники ежедневный выпуск увеличился на 1000 банок. Сколько банок консервов выпускали за 10 дней раньше и сколько выпускают теперь?*»

На вопрос учителя: — С какими величинами встречаемся в этой задаче? — учащиеся сразу не ответят. В этом случае беседу можно провести по другому:

— *Что в задаче обозначает число 3000?* (Сколько банок выпускал завод раньше ежедневно.)

— *Значит это выработка за 1 день.*

— *А что обозначает число 10?* (Время работы.)

— *Что требуется узнать? Как можно назвать величину, значение которой нужно найти?* (Общая выработка.)

Учителю следует помнить о том, что использование общепринятых названий величин позволяет вывести детей на более высокий уровень обобщения, так как приводит к построению модели, отражающей широкий круг жизненных ситуаций. Краткая запись задачи удовлетворяет главному требованию модели: она показывает как количественные отношения, так и структуру связей между данными величинами и искомыми. Этим объясняется ее широкое использование в начальной школе. Вместе с тем она обладает одним существенным недостатком: не раскрывает наглядно сущность математических связей, а следовательно, учащимся с недостаточно развитым абстрактным мышлением не облегчает процесс поиска плана решения задачи. В методике преподавания математики давно известен прием, позволяющий восполнить этот пробел. Он носит название «моделирование ситуации, описанной в задаче». В этом случае в понятие моделирования вкладывается более узкое содержание. В дальнейшем этот термин мы будем понимать именно в таком смысле.

Под моделированием ситуации, описанной в задаче, мы будем понимать замену действий с реальными предметами действиями с их уменьшенными образцами, моделями, муляжами (предметное моделирование), с их графическими заменителями: рисунками, чертежами, схемами и т.п. (графическое моделирование). В этом смысле моделирование является важнейшим средством в обучении решению текстовых задач, поскольку реализует один из принципов дидактики — принцип наглядности — является более эффективным, нежели краткая запись задачи.

До сих пор многие учителя неправильно полагают, что наглядность обязательно должна быть только на начальном этапе обучения, а с развитием абстрактного мышления она свое значение утрачивает. Между тем, наглядность, особенно графическая, нужна на всем протяжении обучения как важное условие развития более

сложных форм абстрактного мышления и формирования математических понятий.

Как отмечает Л.Ш. Левенберг, «рисунки, схемы и чертежи не только помогают учащимся в сознательном выяснении скрытых зависимостей между величинами, но и побуждают активно мыслить, искать наиболее рациональные пути решения задач, помогают не только усваивать знания, но и овладеть умениями применять их».

Чертеж представляет собой условное изображение предметов, взаимосвязей между ними и взаимоотношений величин с помощью отрезков и при соблюдении определенного масштаба. Если взаимосвязи и взаимоотношения передаются приблизительно, без точного соблюдения масштаба, мы имеем дело со схемой.

Естественно, что в начале 1 класса большее применение имеет предметное моделирование. Оно служит той внешней опорой, которая помогает ученику построить правильную мысленную модель и, как следствие, правильно выбрать арифметическое действие, т.е. перейти к знаково-символической модели. Постоянное использование предметного моделирования имеет отрицательные последствия:

- 1) привыкнув к внешней опоре, ученик не может построить мысленную модель без нее;
- 2) при переходе в средние классы учащиеся сталкиваются с более сложным абстрактным материалом, который перевести на язык конкретных реальных объектов им часто не удается.

Графическая модель — наиболее удачная опора для построения мысленной модели задачи — должна применяться на всем протяжении школьного обучения.

Рассмотрим, например, такую задачу 2 класса: *«В первый день для ремонта школы привезли 28 бревен, а во второй день привезли на 4-х машинах по 10 бревен. Сколько бревен привезли за эти 2 дня?»*

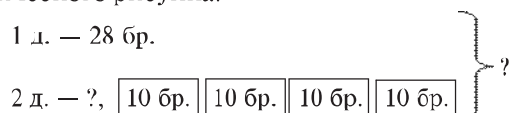
Краткая запись к этой задаче выглядит так:

1 д. — 28 бр.	}	?
2 д. — ?, 4 м. по 10 бр.		

Эта задача была предложена учащимся нескольких начальных классов г. Шуи. И хотя ранее она уже решалась, многие ученики с ней не справились. Дело в том, что краткая запись, которую использовали школьники, не отражает жизненной ситуации с до-

Методика решения текстовых задач

статочной наглядностью. Лучше смоделировать условие задачи в виде схематического рисунка:



По такой модели даже слабый ученик сможет записать решение, если не так:

$$28 + 10 \cdot 4 = 68 \text{ (бр.)}, \text{ то хотя бы так:}$$

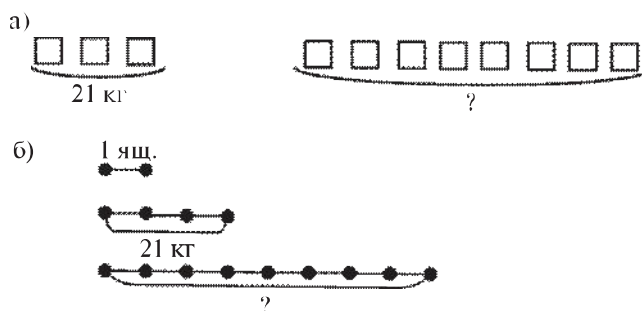
$$1) 10 + 10 + 10 + 10 = 40 \text{ (бр.)}$$

$$2) 28 + 40 = 68 \text{ (бр.)}$$

Рассмотрим еще один пример. К задаче: «В трех одинаковых ящиках 21 кг апельсинов. Сколько килограммов апельсинов в 8 таких ящиках?» — обычно предлагается модель в виде таблицы:

Масса 1 ящика	Количество ящиков	Общая масса
?	3 ящ.	21 кг
одинаковая		
?	8 ящ.	?

Эта модель предполагает хорошее знание взаимосвязей между пропорциональными величинами, так как таблица этих взаимосвязей не показывает. При первичном знакомстве с такими задачами целесообразно использовать графическую модель в виде схематического рисунка (а) или чертежа (б):

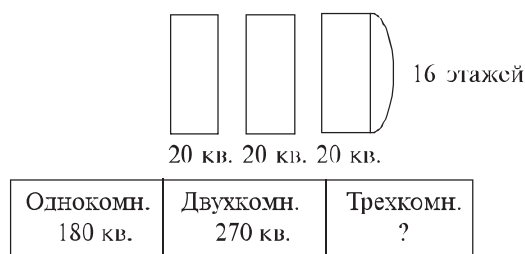


Преимущества графического моделирования не ограничиваются тем, что оно облегчает анализ математической ситуации, описанной в задаче. Создаются предпосылки для активной мысли-

тельной деятельности учащихся в поисках разных способов решения одной и той же задачи. Кроме того, прием моделирования способствует обобщению теоретических знаний.

Задача: «Построили три одинаковых шестнадцатизэтажных дома, на каждом этаже по 20 квартир. В трех домах 180 однокомнатных квартир, 270 — двухкомнатных. Сколько в трех домах трехкомнатных квартир?»

Рассмотрим более подробно методику работы с этой задачей. Как помочь ученику самостоятельно найти путь решения? Способствовать этому будет создание модели вместе с учащимися в процессе беседы.



К этой модели учащиеся приходят в результате следующей беседы:

- О чем говорится в задаче?
- Сколько новых домов построено?
- Какие дома?
- Давайте изобразим эти дома в виде прямоугольников.
- Сколько этажей в каждом доме?
- По сколько квартир на каждом этаже?
- Что еще в задаче известно?
- А какие квартиры еще есть в этих домах?
- Все квартиры изобразим в виде прямоугольников.
- Где отметить число однокомнатных квартир, число двухкомнатных квартир?
- Они входят в общее число квартир и составляют его слагаемые.

Такая модель позволяет фиксировать внутренние характеристики задачи как целостного объекта, видеть ее в целом.

Далее мы даем возможность высказаться детям. Выслушиваем их предложения. Ученики, как правило, предлагают вести разбор от данных к вопросу, сопровождая его рассуждениями вида: «зная ... и зная ..., можно узнать ...»

Учитель вместе с учащимися приходит к выводу, что для ответа на вопрос задачи нужно определить общее число квартир в трех домах. А это можно сделать тремя способами, которые дети находят самостоятельно:

1) зная количество квартир на этаже и количество этажей в доме, можно определить количество квартир в доме; зная, что дома одинаковые и что их три, можно определить количество квартир в трех домах;

2) зная количество этажей в доме и самих домов, можно определить количество этажей в трех домах, а зная, что на каждом этаже одинаковое количество квартир (20), можно узнать количество квартир в трех домах;

3) зная количество квартир на каждом этаже и то, что дома одинаковые, можно узнать, сколько квартир на одном этаже во всех трех домах. Определив количество квартир на каждом этаже в трех домах и зная, что в каждом доме одинаковое число этажей, можно узнать, сколько всего квартир в трех домах.

Таким образом, существует три способа определения общего числа квартир в трех домах, а именно: 1) $(20 \cdot 16) \cdot 3$; 2) $20 \cdot (16 \cdot 3)$; 3) $(20 \cdot 3) \cdot 16$.

После этого учитель может сделать обобщение, спросить учащихся, знание каких законов поможет объяснить, почему результаты получились одинаковые.

Далее следует выяснить, сколькими способами можно определить количество трехкомнатных квартир в трех домах, если известно общее число квартир, число однокомнатных квартир, число двухкомнатных квартир.

Оказывается, что и здесь существует три способа ответа на вопрос. Все они хорошо видны на модели:

1) определить общее число однокомнатных и двухкомнатных квартир, потом узнать, сколько всего трехкомнатных квартир, т.е. ответить на вопрос задачи;

2) определить общее число однокомнатных и трехкомнатных квартир, потом узнать, сколько всего трехкомнатных квартир;

3) определить общее число двухкомнатных и трехкомнатных квартир, потом узнать, сколько всего трехкомнатных квартир.

Обозначим общее число в трех домах через p , получим: 1) $p - (180 + 270)$; 2) $(p - 270) - 180$; 3) $(p - 180) - 270$.

На основе этой задачи можно сделать обобщение о разных способах вычитания суммы из числа.

Комбинируя описанные три способа вычисления общего числа квартир в трех домах с тремя способами определения числа трехкомнатных квартир в трех домах, получим:

1-й способ:

- 1) $20 \cdot 16 = 320$ (кв.)
- 2) $320 \cdot 3 = 960$ (кв.)
- 3) $180 + 270 = 450$ (кв.)
- 4) $960 - 450 = 510$ (кв.)

2-й способ:

- 1) $20 \cdot 16 = 320$ (кв.)
- 2) $320 \cdot 3 = 960$ (кв.)
- 3) $960 - 180 = 780$ (кв.)
- 4) $780 - 270 = 510$ (кв.)

3-й способ:

- 1) $20 \cdot 16 = 320$ (кв.)
- 2) $320 \cdot 3 = 960$ (кв.)
- 3) $960 - 270 = 690$ (кв.)
- 4) $690 - 180 = 510$ (кв.)

4-й способ:

- 1) $16 \cdot 3 = 48$ (эт.)
- 2) $20 \cdot 48 = 960$ (кв.)
- 3) $180 + 270 = 450$ (кв.)
- 4) $960 - 450 = 510$ (кв.)

5-й способ:

- 1) $16 \cdot 3 = 48$ (эт.)
- 2) $20 \cdot 48 = 960$ (кв.)
- 3) $960 - 180 = 780$ (кв.)
- 4) $780 - 270 = 510$ (кв.)

6-й способ:

- 1) $16 \cdot 3 = 48$ (эт.)
- 2) $20 \cdot 48 = 960$ (кв.)
- 3) $960 - 270 = 690$ (кв.)
- 4) $690 - 180 = 510$ (кв.)

7-й способ:

- 1) $20 \cdot 3 = 60$ (кв.)
- 2) $60 \cdot 16 = 960$ (кв.)
- 3) $180 + 270 = 450$ (кв.)
- 4) $960 - 450 = 510$ (кв.)

8-й способ:

- 1) $20 \cdot 3 = 60$ (кв.)
- 2) $60 \cdot 16 = 960$ (кв.)
- 3) $960 - 180 = 780$ (кв.)
- 4) $780 - 270 = 510$ (кв.)

9-й способ:

- 1) $20 \cdot 3 = 60$ (кв.)
- 2) $60 \cdot 16 = 960$ (кв.)
- 3) $960 - 270 = 690$ (кв.)
- 4) $690 - 180 = 510$ (кв.)

Получили 9 способов решения этой задачи. Каждый в 4 действия. Далее предлагаем детям записать решение задачи самостоятельно, поощряя умение найти несколько его способов. Если ученики не предложили других способов решения, кроме тех, которые рассмотрены выше, учитель может спросить:

— Чтобы ответить на главный вопрос задачи, обязательно ли определять общее число квартир в трех домах?

Этого вопроса будет вполне достаточно, чтобы хотя бы один ученик догадался, что возможен другой ход мысли: сначала узнать,

Методика решения текстовых задач

сколько трехкомнатных квартир в каждом доме, а затем, сколько трехкомнатных квартир в трех домах.

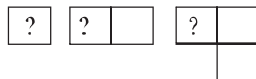
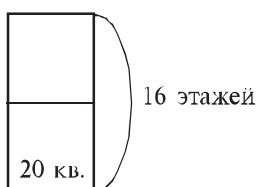
Если вопрос не поможет, то учитель подробно рассматривает понятие «одинаковые дома». Это значит не только то, что они с одинаковым числом квартир на каждом этаже (что известно в задаче), но и то, что в каждом из них одинаковое число соответственно однокомнатных, двухкомнатных и трехкомнатных квартир. Рассуждение сопровождается модель, которая возникает на глазах у детей в результате соответствующей беседы.

Домов — 3

Всего однокомн. — 180 кв.

Всего двухкомн. — 270 кв.

Всего трехкомн. — ?



Рассматривая модель, можно получить еще ряд способов решения:

10-й способ:

- 1) $20 \cdot 16 = 320$ (кв.)
- 2) $180 + 270 = 450$ (кв.)
- 3) $450 : 3 = 150$ (кв.)
- 4) $320 - 150 = 170$ (кв.)
- 5) $170 \cdot 3 = 510$ (кв.)

11-й способ:

- 1) $20 \cdot 16 = 320$ (кв.)
- 2) $180 : 3 = 60$ (кв.)
- 3) $270 : 3 = 90$ (кв.)
- 4) $60 + 90 = 150$ (кв.)
- 5) $320 - 150 = 170$ (кв.)
- 6) $170 \cdot 3 = 510$ (кв.)

12-й способ:

- 1) $20 \cdot 16 = 320$ (кв.)
- 2) $180 : 3 = 60$ (кв.)
- 3) $270 : 3 = 90$ (кв.)
- 4) $320 - 60 = 260$ (кв.)
- 5) $260 - 90 = 170$ (кв.)
- 6) $170 \cdot 3 = 510$ (кв.)

13-й способ:

- 1) $20 \cdot 16 = 320$ (кв.)
- 2) $180 : 3 = 60$ (кв.)
- 3) $270 : 3 = 90$ (кв.)
- 4) $320 - 90 = 230$ (кв.)
- 5) $230 - 60 = 170$ (кв.)
- 6) $170 \cdot 3 = 510$ (кв.)

При обращении к данным вариантам уместно сделать обобщение о разных способах деления суммы на число и вычитания суммы из числа.

Построению графической модели следует специально учить детей. Для этого можно использовать «Памятку»:

1. Что будем изображать?
2. Как будем изображать?
3. Что в первую очередь будем изображать?
4. Как числа, данные в задаче, помогут построить модель?
5. Как расположим модель?
6. Как на модели обозначим данные?
7. Что теперь нужно изобразить (до тех пор, пока все не будет отражено на модели)?
8. Как на модели обозначим вопрос задачи?

Чтобы проверить, все ли данные отражены, можно прочитать задачу, соотнося текст и модель.

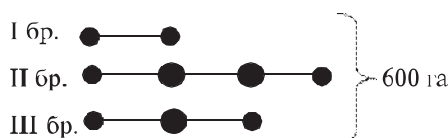
В процессе обучения графическому моделированию полезно использовать следующие упражнения:

1. Сделайте рисунок (чертеж) данной задачи.
2. Познакомьтесь с 2 задачами, определите, к какой из них нужно сделать рисунок (чертеж).
3. Прочитайте задачу, показывая все данные на чертеже (рисунке).
4. Объясните, как построили чертеж (рисунок) к задаче.
5. Соответствует ли рисунок (чертеж) задаче? Что в нем лишнее? (чего в нем не хватает)? Что нужно сделать, чтобы рисунок (чертеж) соответствовал задаче?

Графическое моделирование широко используется в альтернативных учебниках по математике для начальной школы (под редакцией Истоминой Н.Б., Виленкина Н.Я. и Петерсон Л.Г., Эльконина Д.Б. и Давыдова В.В.). В них четко прослеживается методика обучения учащихся этому приему. В учебниках по математике И.И. Аргинской нет прямых указаний на его применение, однако его широкое использование не только предлагается, но и во многих случаях является единственным средством для поиска арифметического способа решения задачи. Например: *«Для обработки поля площадью 600 га его разделили между тремя бригадами так, что вторая бригада получила в 3 раза больше земли, чем первая, а третья в 2 раза больше, чем первая. Сколько гектаров земли должна обработать каждая бригада?»*

Графическая схема к этой задаче:

Примем площадь первого поля за 1 часть, тогда



Она наглядно показывает, что 600 га — это площадь 1-го поля, увеличенная в 6 раз. А отсюда сразу следует решение:

- 1) $1 + 3 = 4$ (ч.)
- 2) $4 + 2 = 6$ (ч.)
- 3) $600 : 6 = 100$ (га)
- 4) $100 \cdot 3 = 300$ (га)
- 5) $100 \cdot 2 = 200$ (га)

ПОИСК РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ И СОСТАВЛЕНИЕ ЕГО ПЛАНА

На этом этапе учащийся должен провести цепочку рассуждений (разбор задачи), которые приведут к составлению плана решения задачи.

Анализ может быть проведен учеником как самостоятельно, так и с помощью учителя. В последнем случае педагог проводит беседу, которая в методической литературе носит название «разбор задачи». В любом случае поиск решения облегчается, если опирается на модель задачи.

В начальной школе используются различные способы разбора текстовых задач:

- 1) от данных задачи к ее вопросу (синтетический способ);
- 2) от вопросов задачи к ее данным (аналитический способ);
- 3) комбинированный способ (аналитико-синтетический);
- 4) разбор по существу;
- 5) способ, основанный на аналогии.

Поскольку основными являются первые два способа, дадим характеристику каждому из них.

В первом случае к двум числовым данным подбирается вопрос, затем к следующим двум данным, одно из которых может быть результатом первого действия, подбирается новый вопрос. И этот процесс продолжается, пока не будет получен ответ на вопрос задачи. Суть данного способа, таким образом, заключается в вычлени из составной задачи простых задач и их решении.

Второй вариант состоит в том, чтобы подобрать два числа, выражающих либо значение каких-либо величин, либо отношения между величинами, таким образом, чтобы дать ответ на вопрос задачи. Одно из чисел или оба могут оказаться неизвестными. Для их нахождения подбирают два других числа, и процесс продолжается до тех пор, пока не находят известные числовые данные. При данном способе также в конечном счете происходит вычленение простых задач из составной и их решение. Этот разбор заканчивается составлением плана решения.

Разница заключается только в том, что при синтетическом способе порядок вычленения простых задач из составных соответствует плану решения, а при аналитическом — противоположен плану.

Учителя предпочитают разбор от данного к вопросу задачи как наиболее легкий и доступный для детей, что неверно. Каждый из этих способов имеет свои достоинства и недостатки. Например, при разборе задачи от данных к вопросу мы нередко сталкиваемся с неоднозначностью ответа на вопрос. Например, из того, что мастер обрабатывает за 6 ч 72 одинаковые детали, можно узнать:

- 1) сколько деталей мастер обрабатывает за 1 ч;
- 2) сколько времени он тратит на изготовление одной детали.

Поэтому приходится отклонять «длинные» простые задачи, ориентируясь на основной вопрос. Кроме того, обращая внимание на взаимосвязанные данные и ставя вопрос: «Что можно найти?», учитель направляет мысль учащихся на определенный способ решения и тем самым сковывает их инициативу.

Рассуждение от вопроса к данным также не всегда эффективно. При решении задач в 3 действия и более не каждый ученик может удержать в памяти всю логическую цепочку. Если задача допускает разные способы решения, то уже в самом начале разбора ребенок сталкивается с вариативностью рассуждений.

Ни один из способов разбора не может считаться универсальным. Покажем на примерах, как выбрать оптимальный путь решения.

Пример 1.

Задача: *Нужно перевезти 540 т угля на 3-х машинах. За сколько дней это можно сделать, если на каждую машину грузить по 3 т и делать по 5 поездок в день?*

Попробуем вести рассуждение от вопроса:

— О чем спрашивается в задаче? (За сколько дней можно перевести 540 т угля?)

— Что достаточно знать, чтобы ответить на вопрос задачи?

Этот вопрос неизбежно вызывает затруднения у учащихся, и разбор обрывается в самом начале. Данная задача имеет не менее шести способов решения, доступных детям. Приведем их.

1-й способ:

- 1) $3 \cdot 5 = 15$ (т) — перевозит 1 машина за день;
- 2) $15 \cdot 3 = 45$ (т) — перевезут 3 машины за день;
- 3) $540 : 45 = 12$ (дн.)

2-й способ:

- 1) $3 \cdot 3 = 9$ (т) — перевезут 3 машины за 1 поездку;
- 2) $540 : 9 = 60$ (поездок) — нужно сделать каждой машине;
- 3) $60 : 5 = 12$ (дн.)

3-й способ:

- 1) $3 \cdot 5 = 15$ (т) — перевезет 1 машина за день;
- 2) $540 : 15 = 36$ (дн.) — потребуется 1 машине для перевозки всего груза;
- 3) $36 : 3 = 12$ (дн.)

4-й способ:

- 1) $540 : 3 = 180$ (т) нужно перевезти каждой машине;
- 2) $3 \cdot 5 = 15$ (т) — перевезет 1 машина за день;
- 3) $180 : 15 = 12$ (дн.)

5-й способ:

- 1) $540 : 3 = 180$ (т) — нужно перевезти одной машине;
- 2) $180 : 5 = 36$ (дн.) — перевезет груз одна машина;
- 3) $36 : 3 = 12$ (дн.)

6-й способ:

- 1) $540 : 3 = 180$ (поездок) — должны сделать все машины, чтобы перевезти весь груз;
- 2) $180 : 3 = 60$ (поездок) — должна сделать каждая машина;
- 3) $60 : 5 = 12$ (дн.)

Разбор от вопроса к данным не подведет учеников к каждому из способов решения. Проведем разбор от данных к вопросу:

— Зная, что на каждую машину можно грузить по 3 т и что каждая машина делает 5 поездок в день, что можно узнать? (Сколько тонн перевезет одна машина за день.)

— Узнав, сколько тонн перевозит каждая машина за 1 день, и что машин было 3, что можно узнать? (Сколько тонн груза перевезут 3 машины за 1 день.)

— Зная, что всего надо перевезти 540 т груза и узнав, сколько тонн перевозят все машины за 1 день, сможем ответить на вопрос задачи? (Да.)

Обратите внимание на то, что ответ на каждый заданный вопрос однозначен. Аналогичными вопросами можно подвести учащихся и к любому другому способу решения. Не следует, однако, делать вывод о том, что в ходе работы с задачами, имеющими несколько способов решения, разбор должен проводиться только синтетическим способом.

Рассмотрим другой вариант.

Пример 2.

Задача: В одной банке 10 огурцов, а в другой 6. За обедом съели 4 огурца. Сколько огурцов осталось?

Практика показывает, что сначала учащиеся всегда находят такой способ решения: $(10 + 6) - 4 = 12$ (ог.). Поэтому учитель может смело начать разбор от вопроса:

— Что достаточно знать, чтобы ответить на вопрос задачи? (Сколько всего огурцов было в двух банках и сколько огурцов съели.)

— Знаем мы, сколько огурцов съели? (Да, 4 огурца.)

— Знаем, мы сколько всего огурцов было в 2-х банках? (Нет.)

— Что достаточно знать, чтобы найти, сколько всего огурцов было в двух банках? (Сколько было в 1-й и во 2-й.)

— Знаем эти числа? (Да.)

После записи первого способа решения учитель предлагает учащимся найти другие. В случае необходимости задает наводящие вопросы:

— Давайте представим себе, что все четыре огурца взяли из первой банки. Тогда, что мы можем узнать?

Если и после этого учащиеся не смогут найти второй способ решения самостоятельно, то учитель должен провести разбор задачи от данных к вопросу. Третий способ, подобный второму, дети обычно находят сами.

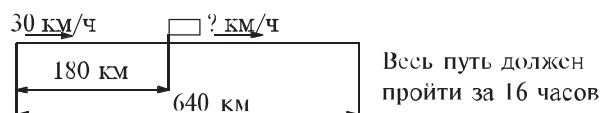
Пример 3.

Задача: Капитан теплохода получил задание пройти 640 км за 16 часов. 180 км он прошел со скоростью 30 км/ч. С какой скоростью теплоход должен проплыть остальной путь, чтобы прибыть в порт в назначенное время?

Модель задачи может иметь вид таблицы:

Скорость	Время	Расстояние
30 км/ч	? } 16 ч	180 км } 640 км
?	? }	? }

или схематического чертежа



Рассуждения от данных к вопросу приведут учащихся к затруднениям. Это обусловлено тем, что выбрав два взаимосвязанных данных 640 км и 16 ч, учащиеся находят скорость теплохода, затем, исходя из данных 180 км и 30 км/ч, — время движения на первом участке пути. Но использование всех не позволило получить ответ.

При разборе от вопроса к данным поиск решения проходит более целенаправленно:

— *Что спрашивается в задаче?*

— *Что достаточно знать, чтобы ответить на этот вопрос?* (Расстояние и время на втором участке пути.)

— *Что сказано в задаче про расстояние?* (Нужно пройти 640 км, 180 км уже прошел. Значит нужно найти оставшийся путь:

$$640 - 180 = 460 \text{ (км).}^*$$

— *А что сказано в задаче про время?* (Теплоход должен пройти весь путь за 16 ч.)*

— *Это то время, которое нам нужно, чтобы ответить на вопрос задачи?* (Нет, нам нужно знать время, за которое он пройдет оставшийся путь.)*

— *Как же найти это время?* (Для этого нужно сначала найти время, затраченное на первую часть пути: $180 : 30 = 6$ (ч), а затем время, затраченное на оставшийся путь: $16 - 6 = 10$ (ч).)

Из этого примера видно, что продолжение разбора от вопроса к данным позволило избежать ненужного действия (нахождение средней скорости $640 : 16$).

Можно ли такой способ разбора считать аналитическим в чистом виде? Ответы на вопросы, помеченные «*», предполагают рассуждения от данных к вопросу, т.е. от аналитического способа рассуждений учащиеся переходят к синтетическому. Такой способ разбора называется аналитико-синтетическим, или комбинированным. Он заключается в том, что мысль ученика должна идти от данных к искомому и от искомого к данным — только такое встречное движение, движение в обоих направлениях и делает разбор задачи эффективным.

При использовании любого способа нельзя упускать из виду главный вопрос задачи. Если рассуждения ведутся от вопроса и

установлено, что сразу ответить на него нельзя, то необходимо вернуться к данным и выяснить, что можно на их основании найти сразу. Если рассуждения ведутся от данных, то необходимо ориентироваться на основной вопрос задачи: нужно ли узнавать это? При разборе не может быть шаблона. Его особенности зависят от структуры задачи, особенностей мышления учащихся, уровня их подготовки и развития.

Итак, продумывая работу над той или иной задачей, учитель должен творчески подходить к выбору способа разбора. Остановившись на одном из них, он должен позаботиться о четкости, точности вопросов, которые будут задаваться в ходе анализа. Хотя не может быть полного единообразия при разборе всех задач выбранным способом, нетрудно заметить некую общую структуру вопросов для каждого способа разбора.

При аналитическом способе обычно задают вопросы:

1-го вида

- 1) Что достаточно знать, чтобы ответить на вопрос задачи?
- 2) Знаем ... ?
- 3) Что нужно еще узнать?

2-го вида

- 1) Можем ли сразу узнать ... ?
В случае отрицательного ответа на этот вопрос:
- 2) Почему? В случае положительного ответа:
- 3) Что нам для этого известно?

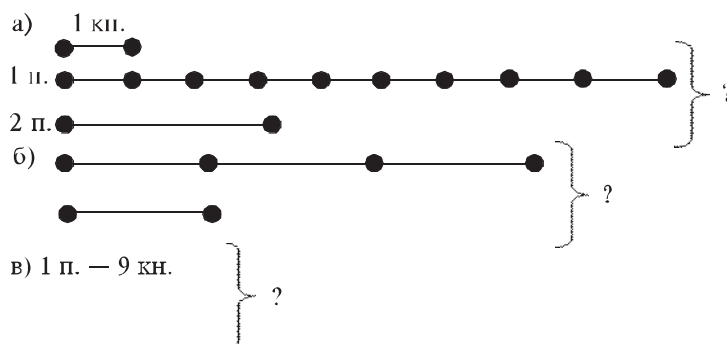
При синтетическом разборе задаются вопросы вида: зная ... и зная ... , что можно узнать? (Зная ... и зная ..., можно ли ответить на вопрос задачи?)

Разбор с помощью вопросов второго вида называют кратким анализом (часть рассуждений, необходимых для ответа, вслух не произносятся).

При разборе задачи полный и краткий анализ можно комбинировать. Краткий не сковывает мысль ученика излишней детализацией и значительно экономит время. Однако он требует более высокого уровня развития логического мышления и самостоятельности учащихся, чем полный, поэтому в чистом виде будет эффективен при достаточной сформированности умения решать задачи данного вида, либо общего умения решать задачи. В сочетании с полным анализом его можно использовать на последнем этапе рассуждений, приводящем к известным данным.

Задача. На первой полке 9 книг, а на второй в 3 раза меньше. Сколько всего книг на двух полках?

Эту задачу можно проиллюстрировать с помощью чертежа, схемы или краткой записи.



Разбор целесообразно начать с полного анализа (1), а затем перейти на краткий (2):

- Что нужно узнать в задаче?
- Что достаточно знать, чтобы ответить на этот вопрос? (Сколько книг на 1-й полке и сколько — на 2-й.)
- Знаем, сколько книг на 1-й полке? (Да.)
- А на 2-й? (Нет.)
- Можем узнать? (Да.)
- Что для этого знаем? (На 1-й полке 9 книг, а на 2-й в 3 раза меньше.)

Дополнительным средством повышения эффективности работы над задачей и для дальнейшего развития абстрактного мышления учащихся является способ разбора, называемый неполным анализом.

В начальном курсе математики встречается много задач с прямым указанием на выполнение действия (так называемых «прозрачных» задач). Применении в таких случаях полного анализа сдерживает движение мысли учащегося, так как большинство детей сразу могут составить план решения, если задача будет сокращенно записана в соответствующей форме. Разбор «прозрачных» задач способом от числовых данных целесообразно сочетать с составлением модели и частичной реализацией плана решения. Для этого в процессе моделирования наряду с данными числами финансируются выражения, являющиеся частью решения задачи.

Задача: Птицефабрика должна отправить в магазины 6000 яиц. Она уже отправила 10 ящиков по 350 яиц и 4 ящика по 150 яиц. Сколько яиц осталось отправить в магазины?

Составляем краткую запись, рассуждая так:

«Если было 10 ящиков по 350 яиц в каждом, то яиц было $350 \cdot 10$. Отправили также 4 ящика по 150 яиц, это составляет $(150 \cdot 4)$ яиц».

Этот фрагмент показывает возможность одновременной реализации 3 целей:

- составление краткой записи;
 - разбор задачи от данных к вопросу;
 - частичное решение задачи.
- а) Отправили — $(350 \cdot 10)$ и $(150 \cdot 4)$ яиц } 600
Осталось отправить — ? } яиц

б)

$350 \cdot 10$	$150 \cdot 4$	?
----------------	---------------	---

6000 яиц

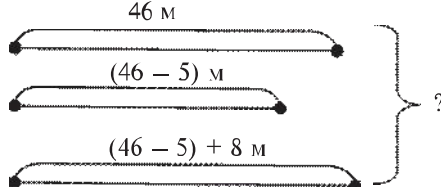
Производя неполный анализ, учащиеся рассуждают так: «Чтобы ответить на вопрос задачи, необходимо знать, сколько всего яиц надо отправить (6000) и сколько уже отправили. Чтобы узнать, сколько яиц птицефабрика уже отправила, нужно знать, сколько она отправила в первый раз и сколько во второй».

Разбор не доведен до конца, но это и не требуется, так как ученики уже видят, каков будет план решения задачи. Первым действием узнаем, сколько яиц отправили в первый раз. Вторым — сколько яиц отправили во второй раз. Третьим — сколько всего яиц уже отправили. Четвертым — сколько яиц осталось отправить. Модель помогает найти еще 2 способа решения.

Такой способ эффективен при работе с задачами, в которых требуется найти сумму нескольких значений одной величины, если известно, на сколько или во сколько раз больше (меньше) каждое последующее, чем предыдущее.

Задача: В первый день в магазине было продано 46 м ткани, во второй день — на 5 м меньше, чем в первый, а в третий — на 8 м больше, чем во второй. Сколько метров ткани было продано за три дня?

- а) 1 д. — 46 м
2 д. — $(46 - 5)$ м
3 д. — $(46 - 5) + 8$ м

б) 

Сочетание моделирования и разбора, запись не только чисел, но и выражений, являющихся частью решения, делают задачу более «прозрачной», облегчают поиск ее решения. Кроме экономии времени и повышения самостоятельности учащихся, такой прием позволяет организовать дифференцированную работу над задачей. Ученики, которые после моделирования, смогут составить план решения, приступают к самостоятельному его выполнению. С остальными учащимися учитель проводит разбор.

Способ разбора по существу предполагает осмысление основного отношения между величинами, данными или искомыми. Рассмотрим это на примере разбора задачи на нахождение неизвестных по двум разностям.

Задача: Катя купила 12 листов цветной бумаги, а Настя 7 таких же листов. Катя заплатила за свою покупку на 25 рублей больше, чем Настя. Сколько денег заплатила каждая девочка?

Учитель при разборе задачи может опираться на рисунок, на схему, на краткую запись (в зависимости от возможностей учащихся на данном этапе обучения).

а) К. □□□□□□□□□□□□ — ?, на 25 руб. больше
Н. □□□□□□□ — ?

б) К. — 12 л. — ?, на 25 руб. больше
Н. — 7 л. — ?

в)

	Цена	Количество	Стоимость
К.	?	12 л.	?, на 25 р. больше
Н.	одинаковая	7 л.	?

Беседа по разбору может быть такой:

— Что требуется узнать в задаче? Сколько искомых в задаче? (Два: стоимость 12-ти листов бумаги и стоимость 7-ми листов.)

— Почему Катя заплатила на 25 руб. больше, чем Настя? (Цена листов одинаковая, а Катя купила их больше, чем Настя.)

— Что значит: Катя заплатила на 25 руб. больше? (Столько же, сколько Настя, и еще 25 руб.)

— За сколько листов Катя заплатила денег столько же, сколько заплатила Настя? (За 7 листов.)

- За сколько же листов уплачены еще 25 руб.? (За 5 листов.)
- Как узнали это? ($12 - 7 = 5$ (л.))
- Зная, что за 5 листов уплатили 25 руб., что можно узнать? (Цену одного листа.)
- Узнав цену 1 листа и зная, сколько листов купила каждая девочка, сможем узнать, сколько денег уплатила каждая из них? (Да.)

Существует множество задач, для которых вышеуказанные способы разбора применить довольно сложно. Не зная, как подступиться к решению, ученик часто соединяет данные неправильно, стремясь скорее выполнить арифметическое действие. Учитывая эту особенность, можно предложить прием, суть которого заключена в составлении выражения из чисел, данных в задаче, и разъяснения их смысла. Этот способ разбора обладает простотой, доступностью для учащихся, кроме того является предпосылкой успешного обучения алгебраическому методу решения.

При обучении этому приему учащимся предлагается памятка:

1. Подумай, что обозначает каждое число в задаче.
2. Найди в задаче пары чисел, связанных между собой по смыслу; подумай, что можно узнать по этим данным, и составь из них выражения.
3. Из чисел задачи и полученных выражений попробуй составить новые выражения и объясни их смысл.
4. Отбери те выражения, которые нужны для решения задачи.

Рассмотрим пример использования данного способа.

Задача: В ларек привезли 10 ящиков яблок, по 9 кг в каждом, и 8 одинаковых ящиков слив. Всего привезли 170 кг этих фруктов. Найдите массу ящика слив.

Задача в 3 действия, поэтому разбор от вопроса для многих учащихся сложен, так как нужно удерживать в памяти достаточно длинную цепь рассуждений. Расположение данных в тексте таково, что их нельзя использовать, последовательно переходя от одного к другому, поэтому разбор от данных к вопросу также может быть затруднен. Обратимся к памятке. Выяснив значение каждого числа в задаче, ученик рассуждает примерно так: «Числа 10 и 9 связаны, так как по ним можно узнать массу всех яблок (9×10 — масса всех яблок). Числа 10 и 8 связаны, так как по ним можем узнать количество всех ящиков с фруктами ($10 + 8$ — всего ящиков яблок и слив). Числа 9 и 8 не связаны, так как по ним в задаче ничего узнать нельзя.

С числом 170 числа 10, 9, 8 также не связаны, так как из пар 170 и 10, 170 и 9, 170 и 8 в задаче ничего узнать нельзя.

Выражение $9 \cdot 10$ (масса всех яблок) связано с числом 170, так как можем узнать массу всех слив $(170 - 9 \times 10)$ — масса всех слив). Выражение $10 + 8$ (количество всех ящичков) с числом 170 связать нельзя, так как масса ящичка слив и масса ящичка яблок в задаче разные, значит, выражение $10 + 8$ для решения не нужно. С количеством ящичков слив (8) можно связать массу всех слив $(170 - 9 \cdot 10)$, так как по ним можно найти массу одного ящичка слив действием деления $(170 - 9 \cdot 10) : 8$ — масса одного ящичка слив».

В случае затруднений вычисления можно производить сразу, тогда получится решение задачи по действиям. Появление в ходе поиска лишних действий — недостаток кажущийся, так как смысл процесса в том, чтобы из возможных связей между объектами задачи отобрать только те, которые приводят к нахождению искомого. Тщательное изучение отношений между данными задачи позволяет полнее выявить скрытые в тексте задачи математические зависимости, проанализировать их и перевести на математический язык, т.е. записать в виде последовательности арифметических действий, приводящих к желаемому результату. Вместе с тем, в результате установления связей между одними и теми же данными ученик может получать разные способы решения задачи.

Одним из эффективных приемов поиска плана решения задачи, позволяющих организовать продуктивную мыслительную деятельность учащихся, является использование аналогии. Этот способ предполагает следующую цепочку рассуждений:

1) выявление полного или частичного сходства между значениями величин и условий ранее решенной и вновь предложенной задачи;

2) выдвижение предположения о решении новой задачи с полным или частичным использованием плана ранее решенной, похожей задачи.

В основе аналогии лежит сравнение. Поэтому для использования этого приема необходимо сначала восстановить способ решения предшествующей задачи. Затем предлагается новая (аналогичная) задача. Учащиеся выявляют сходство отношений в них и делают заключение о степени совпадения планов решения. Затем они составляют план решения новой задачи.

В заключение проводится проверка решения и делается вывод о том, что предположение было верным.

Рассмотрим примеры.

Задача 1. Два мальчика одновременно побежали навстречу друг другу по спортивной дорожке, длина которой 100 м. Они встретились через 10 с. Первый мальчик бежал со скоростью 4 м/с. С какой скоростью бежал второй мальчик?

Решение задачи:

1) найти путь, который пробежал первый мальчик до встречи:

$$4 \cdot 10 = 40 \text{ (м)};$$

2) найти путь, который пробежал второй мальчик до встречи:

$$100 - 40 = 60 \text{ (м)};$$

3) найти скорость второго мальчика: $60 : 10 = 6 \text{ (м/с)}$.

Задача 2. Из города к зимовке, расстояние между которыми 150 км, выехали аэросани со скоростью 60 км/ч. В это же время навстречу им из зимовки вышел лыжник и встретил аэросани через 2 ч. Найдите скорость лыжника.

Сравним эти задачи. В обеих говорится об одновременном встречном движении. В той и в другой известны расстояния между пунктами, скорость одного тела и время от начала движения до встречи, а найти нужно скорость второго тела. Ставим вопрос: «Какое мнение возникает относительно плана решения этих задач?» (План решения обеих задач должен быть одинаков.) Следовательно, будем решать вторую задачу так:

1) $60 \cdot 2 = 120 \text{ (км)}$

2) $150 - 120 = 30 \text{ (км)}$

3) $30 : 2 = 15 \text{ (км/ч)}$

Проводится проверка, которая показывает, что задача решена верно. При использовании аналогии это необходимо, так как возможна и ложная гипотеза.

В рассмотренном примере задачи были идентичными по характеру отношений между данными и искомыми величинами, отличались лишь жизненными ситуациями и числовыми значениями величин. Но аналогия может быть использована и в тех случаях, когда задачи в некоторой степени различаются и с точки зрения отношений между величинами. Здесь она помогает выбрать некоторые действия, входящие в процесс решения предложенной задачи. Остальные необходимые операции определяются в соответствии отличающейся частью решаемой задачи.

Пример.

Задача 3. Из одного поселка вышли одновременно два пешехода и идут в противоположных направлениях. Скорость одного пешехода 5 км/ч, другого — 4 км/ч. На каком расстоянии будут пешеходы друг от друга через 3 часа?

Задача 4. *От пристани одновременно в противоположных направлениях вышли 2 катера: один со скоростью 20 км/ч, другой — 15 км/ч. Через какое время расстояние между ними будет 105 км?*

Эти задачи сходны своими условиями и различаются вопросами. Поэтому первое действие в них одинаковое: находим скорости удаления:

$$1) 4 + 5 = 9 \text{ (км/ч)} \quad 1) 20 + 15 = 35 \text{ (км/ч)}$$

А второе действие различается:

$$2) 9 \cdot 3 = 27 \text{ (км)} \quad 2) 105 : 35 = 3 \text{ (ч)}$$

Возможна аналогия при решении задач, значительно отличающихся по содержанию, но имеющих сходство в отношениях между данными.

Задача 5: *Нужно покрасить 150 рам. Один маляр может сделать это за 15 дней, другой — за 10 дней. За какое количество дней они могут сделать это вместе?*

Сравним задачу 5 с задачей 4. Обращаем внимание детей на сходство отношений между величинами.

Известны:

в 4-й задаче

в 5-й задаче

общее количество километров

общее количество рам

Требуется найти:

время совместного движения

время совместной работы

Эти задачи сходны друг с другом, а различаются тем, что в 4-й известны скорость движения каждого тела, а в 5-й производительность каждого маляра неизвестна.

4-ю задачу начали решать с нахождения скорости удаления (скорость совместного движения). Возникает предположение, что 5-ю задачу нужно решать аналогично, но только сначала следует найти производительность каждого маляра в день.

Решение 4-й задачи:

$$1) 20 + 15 = 35 \text{ (км/ч)}$$

$$2) 105 : 35 = 3 \text{ (ч)}$$

Решение 5-й задачи:

$$1) 150 : 15 = 10 \text{ (р.)}$$

$$2) 150 : 10 = 15 \text{ (р.)}$$

$$3) 10 + 15 = 25 \text{ (р.)}$$

$$4) 150 : 25 = 6 \text{ (дн.)}$$

Проверка подтверждает правильность решения 5-й задачи и выдвинутой гипотезы. Использование аналогии предполагается при работе над многими задачами по системе Л.В. Занкова, так как способствует интеллектуальному развитию учащихся.

Нетрудно заметить, что все описанные способы разбора задачи хотя и имеют свои отличительные особенности, но в конечном счете

сводятся к рассуждениям либо от вопроса к числовым данным, либо от числовых данных к вопросу. Этим рассуждениям необходимо в первую очередь научить детей. Сделать это можно с помощью специально организованной работы, которая включает несколько этапов.

I этап. Неявное знакомство с рассуждениями при коллективном решении задач под руководством учителя. Разбор ведет педагог, учащиеся отвечают на его вопросы. Цель работы детей — решить задачу. На этом этапе ученики накапливают опыт осуществления разбора по указаниям учителя. Здесь же выполняются упражнения, готовящие к освоению способа рассуждений.

II этап. Специальное знакомство учащихся с одним из видов рассуждений. Этот урок или уроки желательно строить так, чтобы школьники могли осуществить «целостный акт учебной деятельности», т.е. чтобы они:

а) увидели, что соответствующие рассуждения помогают в решении и захотели научиться проводить их самостоятельно;

б) сами решали вопрос, как можно этому научиться, сами выбрали для этого необходимые виды работы (учитель выступал в роли координатора, побудителя и эксперта предложений детей);

в) сами ставили перед собой вопросы: «А научился ли я?», сами искали задания, с помощью которых они могли бы ответить на них.

III этап. Тренировка в использовании разбора при самостоятельном решении задач.

IV этап. Явное знакомство с другими способами разбора и тренировка в их использовании.

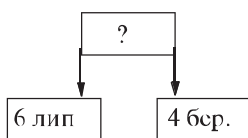
V этап. Самостоятельное использование различных видов разбора при решении задач разных видов.

Е. Шпитальский писал о необходимости научить детей не только самостоятельно пользоваться аналитическим и синтетическим способами рассуждений, но и сопровождать их графической схемой. Методика обучения работе на каждом из 5-ти этапов с использованием графических схем описана С.Е. Царевой. Первые схемы учитель может строить уже при работе над простыми задачами, сопровождая их рассуждениями от вопроса к данным, или от данных к вопросу. При этом он должен объяснить, как именно строится схема. Следует отметить, что в этот период она не играет роли модели задачи, а иллюстрирует ход самих рассуждений. Поэтому часто ее называют схемой разбора задачи.

Пример. Дети посадили у школы 6 лип и 4 березы. Сколько всего деревьев посадили дети?

После анализа текста и моделирования задачи учитель проводит беседу:

- 1) При рассуждении от вопроса к данным:
 - Каков вопрос задачи? (Сколько всего деревьев посадили дети?)
 - Изобразим этот вопрос в виде прямоугольника со знаком вопроса. Что достаточно знать, чтобы ответить на этот вопрос? (Сколько посадили лип — 6 и сколько берез — 4.)
 - Изобразим эти данные на схеме прямоугольниками, впишем в них числа 6 и 4. Стрелками покажем, как мы рассуждали: от вопроса мы перешли к данным задачи. Итак, мы построили схему разбора задачи от вопроса к данным.



- 2) Аналогично строится схема разбора от данных к вопросу:



При этом рассуждения проводятся так:

- Зная, что посадили 6 лип и 4 березы, можно ответить на вопрос задачи.

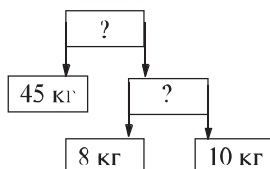
В результате решения простых задач с графической интерпретацией разбора учащиеся убеждаются, что для нахождения искомого нужно знать два числовых данных, а также приобретают умение правильно формулировать вопросы при разборе.

Схема разбора задачи может быть построена и при знакомстве с понятием «составная задача». При этом учитель должен добиться четкого осознания детьми соответствия этой схемы рассуждениям, графической интерпретацией которых она является. Вместо прямоугольников можно использовать крути или овалы, но нельзя требовать, чтобы дети пользовались при этом чертежными инструментами. Схема строится от руки.

Например, в ходе разбора задачи: *В мешке было 45 кг моркови. В первый день израсходовали 8 кг, во второй — 10 кг моркови.*

Сколько килограммов моркови осталось в мешке? — может появиться одна из схем:

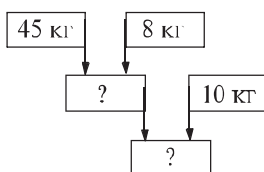
1) от вопроса к данным



Эта схема соответствует такому способу решения:

$$45 - (8 + 10) = 27 \text{ (кг)}$$

2) от данных к вопросу



Эта схема соответствует такому способу решения:

$$(45 - 8) - 10 = 27 \text{ (кг)}$$

На этом этапе следует включать в уроки и специальные упражнения, с помощью которых будут оттачиваться умения проводить рассуждения при поиске плана решения.

1. Составление различных выражений из данных задачи и объяснение их значения.

Задача: Линейка, пенал и альбом стоят 95 руб. Линейка стоит 12 руб., пенал — 48 руб. Сколько стоит альбом?

Из данных задачи учитель составляет различные выражения: $12 + 48$; $48 - 12$; $95 - 12$; $95 - 48$; $95 - (12 + 48)$; $(95 - 12) - 48$; $(95 - 48) - 12$ — и предлагает объяснить, что каждое из них обозначает. Затем обращает внимание на основной вопрос задачи и предлагает выбрать те выражения, которые являются ответом на него.

2. Задания: объяснить готовые решения задачи. Это особенно полезно в случае, если задача имеет несколько решений.

3. Повторный разбор задачи после ее решения. Такая работа полезна не только на I этапе обучения разбору задач.

4. Анализ неверного решения, объяснение и исправление ошибки. Для этого соотносят каждое действие с условием и вопросом задачи.

- Что обозначает каждое число из данного действия?
- Что узнали, выполнив это действие?
- Нужно ли это для поиска ответа на основной вопрос задачи?

5. Выбор верного решения задачи из предложенных вариантов.

На II этапе работа проходит следующим образом. На специально выделенном уроке дети под руководством учителя решают задачу, достаточно трудную для них. Акцент в работе следует сделать на анализе ее текста, моделировании и поиске плана решения. Само решение лучше записать по ходу разбора и как можно короче. После этого учитель спрашивает:

— Обратили ли вы внимание на то, что, когда мы решаем трудную задачу, я всегда спрашиваю: «Можно ли сразу ответить на вопрос задачи? Что достаточно было бы знать, чтобы ответить на него? и т.п.» Как вы думаете, для чего я вам их задаю?

Выслушав мнение детей, учитель просит поднять руку тех, кто считает, что без этих вопросов он не смог бы найти решение предложенной задачи; затем тех, кто считает, что ему было бы гораздо труднее найти решение без этих вопросов.

Подводя итог обсуждению, учитель говорит:

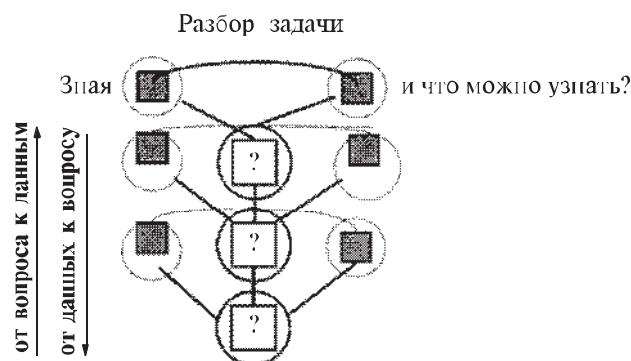
— Если бы вы в ходе решения могли сами задавать такие вопросы себе и отвечать на них, то любой из вас был бы способен самостоятельно справляться с задачей. Сегодня мы все вместе будем этому учиться. Как вы думаете, с чего нам нужно начать?

В ходе коллективного обсуждения дети частично вспоминают, а частично придумывают такие вопросы. Учитель может при необходимости провести разбор еще одной задачи. Результатом работы станет запись основных шагов разбора, например, такая:

Рассуждения для составления плана решения
(от данных к вопросу):

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1. Что спрашивается в задаче?2. Берем любые два данных. Задаем вопрос: Зная ... и зная ... , что можно узнать?3. Отвечаем на вопрос, выбираем ответ, приближающий к ответу на вопрос задачи.4. Далее пункты 2 и 3 повторяются до получения ответа на вопрос задачи. |
|--|

Можно эту же памятку представить в виде обобщений графической схемы:



Что достаточно узнать, чтобы ответить на вопрос задачи?

Дети должны осознать универсальность способа рассуждений по этой памятке, поэтому учителю следует постоянно обращаться к ним: «Можно ли такой же вопрос задать к другой задаче? Чем он будет отличаться от вопроса к этой задаче? Как этот вопрос отразить в памятке? На схеме?»

Схема разбора может иметь и иной вид. В любом случае необходимо подвести детей к пониманию того, что дальнейшей целью является практическое применение памятки при составлении плана решения различных задач (это и составит содержание III этапа).

Целесообразно затем периодически предлагать учащимся задания на закрепление рассматриваемого приема:

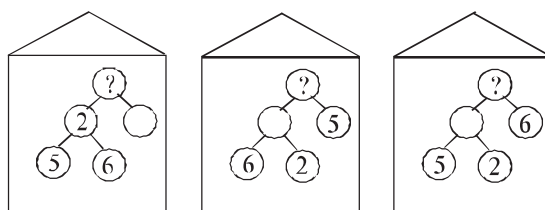
- 1) провести разбор данной задачи указанным способом;
- 2) составить задачу, решение которой может быть найдено с помощью указанной цепочки рассуждений;
- 3) закончить вопросы к данной задаче;
- 4) найти ошибку в рассуждениях;
- 5) вставить в вопросы необходимые данные;
- 6) используя различные пары данных, составить разные планы решения;

7) установить соответствие между различными способами решения данной задачи и схемами ее разбора, составленными для каждого способа. Задание может быть предложено в игровой форме: «В каком домике живет каждый поросенок?»

Нуф-Нуф

$$(5 + 6) - 2 = 9 \text{ (р.)}$$

Наф-Наф
 $(5 - 2) + 6 = 9$ (р.)
 Ниф-Ниф
 $5 + (6 - 2) = 9$ (р.)



Эффективным является использование игровых ситуаций, когда учащиеся выступают в роли учителя перед всем классом, в группе, в парах. Групповая работа основана на распределении ролей: учитель (задает вопросы), ученики (ищут план), эксперты (следят за правильностью рассуждений). Можно также широко использовать возможности магнитофонной записи, особенно для отыскивания ошибок в рассуждениях.

Дети, овладев приемом, которым до этого времени пользовался только учитель, чувствуют уверенность в своих силах, верят в возможность научиться более сложным действиям. Для учителя это означает, что он достиг цели, сформировав одно из общих умений решать задачи.

Разбор приводит учащихся к составлению плана решения. Поэтому III этап работы над составной задачей заканчивается выбором арифметического действия и его обоснованием.

РАЗЛИЧНЫЕ ФОРМЫ ЗАПИСИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Решение задачи, в узком смысле слова, — это выполнение арифметических действий, выбранных при составлении плана решения. Оно может выполняться устно или письменно. Решение примерно половины текстовых задач в начальной школе должно выполняться устно. При этом важны не только арифметические операции, но и пояснения к ним. Учить детей комментировать действия правильно и кратко — одна из задач, стоящих перед учителем.

Рассмотрим способы записи и решения такой задачи: «В трех одинаковых ящиках 21 кг апельсинов. Сколько килограммов апельсинов в 8 таких ящиках?»

Решая эту задачу устно, ученик рассуждает так: «Сначала узнаю массу апельсинов в одном ящике, для этого $21 : 3 = 7$ (кг) — масса

одного ящика апельсинов. Вторым действием узнаю массу 8 таких же ящиков. Для этого $7 \cdot 8 = 56$ (кг).

Формы записи решения задачи могут быть различными:

1. составление по задаче выражения и нахождение его значения.

Например, $21 : 3 \cdot 8 = 56$ (кг);

2. запись решения по действиям:

а) без пояснений, например,

1) $21 : 3 = 7$ (кг)

2) $7 \cdot 8 = 56$ (кг)

б) с пояснениями, например:

1) $21 : 3 = 7$ (кг) — масса одного ящика

2) $7 \cdot 8 = 56$ (кг)

3. запись с планом решения, например,

а) Какова масса 1 ящика апельсинов?

$21 : 3 = 7$ (кг)

б) Какова масса 8 ящиков?

$7 \cdot 8 = 56$ (кг)

В 1 классе и начале 2 класса решение по действиям записывается без пояснений, но они проговариваются устно. В дальнейшем решение далеко не всех задач следует записывать с пояснением или с планом.

Необходимо специально обучать детей записи пояснений или плана. При инструктировании учащихся перед самостоятельной работой (в том числе и домашней работой) учитель обязательно указывает характер оформления решения задачи.

ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

На этом этапе на основе ряда умственных или практических действий должен быть сделан вывод в виде рассуждения: «Так как ... , то задача решается верно (неверно)».

Известно несколько способов такой проверки:

1) составление и решение обратной задачи;

2) решение задачи другим способом;

3) соотношение полученного результата и условия задачи или разыгрывание условия задачи;

4) прикидка ответа или установление его границ.

Прежде чем мы рассмотрим каждый из названных выше способов, отметим одно важное обстоятельство, которое на практике чаще всего упускается из виду. Развивая у учащихся умение проводить проверку решения текстовых задач, учитель должен постоянно иметь в виду цель,носящую более общий характер: формирование

одного из компонентов учебной деятельности — самоконтроля. Это значит, что действия при проверке должны представляться менее трудными и более обоснованными, чем решение проверяемой задачи. В противном случае проводимые действия не будут для ученика средством контроля проделанной работы, а начнут восприниматься как дополнительное задание, цель которого ему непонятна, по которую нужно выполнить по требованию учителя. Ясно, что в таком случае не происходит формирование самоконтроля, так как в сознании учащихся искажается смысл проверки. Поэтому анализ перечисленных выше способов мы проведем с точки зрения степени их влияния на развитие самоконтроля учащихся.

1. Составление и решение обратной задачи.

При проверке решения задачи этим способом учащиеся, как известно, должны выполнить ряд действий:

- 1) подставить в текст задачи найденное число;
- 2) выбрать новое искомое;
- 3) сформулировать новую задачу;
- 4) решить составленную задачу;
- 5) сравнить полученное число с тем данным первой задачи, которое было выбрано в качестве искомого.

На основе этого сравнения составить соответствующее умозаключение о правильности решения прямой задачи.

Рассмотрим применение этого способа проверки на примере такой задачи: *«В трех ящиках было по 9 кг печенья. Когда часть печенья продали, осталось 6 кг. Сколько печенья продали?»*

После решения задачи:

- 1) $9 \cdot 3 = 27$ (кг) — было
- 2) $27 - 6 = 21$ (кг) — продали

составляется одна из обратных задач, например: *«В трех ящиках по 9 кг печенья. Продали 21 кг печенья. Сколько печенья осталось?»*

Решив ее:

- 1) $9 \cdot 3 = 27$ (кг) — было
- 2) $27 - 21 = 6$ (кг) — осталось,

учащиеся делают вывод: *«В условии первой задачи было сказано, что осталось 6 кг печенья, и во второй задаче мы получили такой результат. Это говорит о том, что решение исходной задачи верно».*

Одно из действий при таком способе проверки — решение обратной задачи. Чтобы использовать его результат в качестве образца — критерия оценки правильности ответа на вопрос первоначальной задачи, — оно должно быть верным и не вызывать затруднений, т.е. быть заведомо более легким, чем решение прове-

ряемой задачи. Если это условие не соблюдено, то потребуются дополнительная проверка. Следовательно, решение обратной задачи уже не может выступать в роли средства контроля.

Объективно степень сложности обратной задачи такая же, что и прямой. Действительно, обратная задача содержит столько же данных, те же отношения и связи (только неизвестными могут быть другие компоненты этих отношений), что и прямая. Но, прежде чем *решать обратную задачу*, учащиеся должны *составить ее*. Это усложняет процесс проверки.

Из сказанного следует, что составление и решение обратной задачи в силу ее сложности не может использоваться учениками в качестве способа проверки правильности решения прямой задачи.

2. Решение задачи другим способом.

Под разными способами решения текстовой задачи чаще всего понимают различные арифметические приемы, которые отличаются связями между данными и искомыми. Нельзя путать разные варианты записи решения задачи и разные способы ее решения (см. п. 4).

Например, для задачи: «От пристани в противоположных направлениях вышли два теплохода. Через 4 ч они находились друг от друга на расстоянии 224 км. Один из них шел со скоростью 30 км/ч. С какой скоростью шел другой теплоход?» — существует два арифметических способа решения:

1-й способ:

1) $224 : 4 = 56$ (км/ч) — скорость удаления.

2) $56 - 30 = 26$ (км/ч).

2-й способ:

1) $30 \cdot 4 = 120$ (км) — путь первого теплохода.

2) $224 - 120 = 104$ (км) — путь второго теплохода.

3) $104 : 4 = 26$ (км/ч).

Оба способа привели к одинаковому результату, что и доказывает правильность полученного ответа. Не подлежит сомнению дидактическая ценность решения задачи разными способами. Это умение характеризует степень осознания учеником ситуации, описанной в задаче, понимания связей между данными и искомым, наблюдательность, вариативность мышления; повышает познавательный интерес. Однако возможности решения задач разными способами с точки зрения формирования самоконтроля ограничены двумя обстоятельствами. Во-первых, получение того же результата при использовании другого варианта подтверждает правильность первого ответа лишь при условии верного решения задачи новым способом. Во-вторых, чтобы выступать средством контроля

и самоконтроля, второй способ решения должен быть лучше освоен учениками, чем первый. Но если учитель предварительно не оговаривает особые требования, то учащиеся обычно сразу выбирают наиболее доступный вариант. Следовательно, самостоятельно учащиеся не воспользуются новым способом решения для подтверждения правильности полученного результата.

Обобщая вышесказанное, приходим к выводу, что решение задач разными способами может способствовать формированию самоконтроля только при постоянной и целенаправленной работе учителя. Особенно важно методически правильно провести первое знакомство с этим вариантом проверки.

Во-первых, необходимо, чтобы решение предложенной задачи не было слишком легким или достаточно обоснованным; во-вторых, должен существовать другой арифметический метод ее решения, хорошо освоенный учащимися. Только при соблюдении этих условий ученики воспримут другой способ как проверку.

Кроме арифметического, существуют и другие способы (методы) решения текстовых задач: алгебраический, практический, графический. Если они достаточно хорошо усвоены ранее, то в ряде случаев каждый из них может выполнять функцию проверки решения задачи. Важно при этом, чтобы связи между данными и искомыми, на которых основаны арифметический и алгебраический способы, не совпадали.

Например, задачу: «*От пристани в противоположных направлениях ...*» — можно решить следующим алгебраическим способом:

Пусть x км/ч — скорость другого теплохода, тогда

$$(x + 30) \cdot 4 = 224$$

$$x + 30 = 224 : 4$$

$$x + 30 = 56$$

$$x = 56 - 30$$

$$x = 26$$

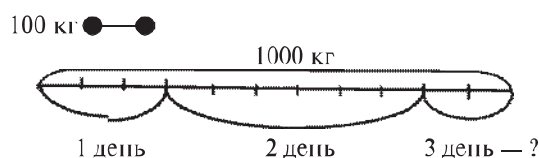
В этом случае отношения между данными и искомым при решении алгебраическим и первым арифметическим методом по сути своей одинаковые. Следовательно, алгебраический способ не может быть использован для проверки 1-го арифметического, но может быть использован для проверки 2-го.

Графический и практический способы (методы) решения текстовых задач тесно связаны с использованием графических или предметных моделей, которые позволяют сделать отношения между данными и искомым наглядно видимыми и интуитивно ясными, как отношения между предметами (или группами предметов) или между отрезками. Построение модели после решения задач ариф-

метическим способом может служить средством контроля как за результатом, так и за выбором действий. Значит, возникают предпосылки для формирования самоконтроля не только итога, но и хода деятельности. При хорошем владении этими методами решения контроль может осуществляться мысленно. В этом заключается их особая ценность.

Например, задачу: «В магазине за 3 дня продали 1 тонну сахара. В первый день продали 300 кг, во второй день в 2 раза больше, чем в первый. Сколько килограммов сахара продали в третий день?» — можно решить арифметическим способом:

$1000 - (300 + 300 \cdot 2) = 100$ (кг), а для проверки построить модель:



и решить задачу графическим способом (при условии, конечно, что выбран масштаб).

Арифметическое решение задачи: «8 яблок разложили в тарелки по 2 в каждую. Сколько потребовалось тарелок?» — $8 : 2 = 4$ (т.) — проще всего проверить практическим способом, используя вырезанные или нарисованные кружки:



Моделирование может служить средством предваряющего (прогнозирующего) контроля, т.е. контроля за невыполненными, но планируемыми действиями.

3. Соотношение полученного результата и условия задачи.

Суть данного приема заключается в том, что найденный результат вводится в текст задачи и на основе рассуждений с выполнением при необходимости арифметических действий устанавливается, не возникает ли противоречий.

При раскрытии содержания этого способа проверки часто выделяют лишь выполнение арифметических действий над числами, полученными в ответе, и соотношение их с данными в условии. Однако смысл приема гораздо глубже. Он заключается не только в выполнении арифметических действий и в получении исходных чисел, но и в обосновании рассуждений о том, что при правильном результате все отношения и зависимости между данными и искомыми

будут выполнены. Опровержение последнего утверждения в результате проверки будет означать, что ответ неверен. Поскольку текстовая задача формулируется на реальном языке, то проверка ее должна основываться на смысле его слов и предложений. Это означает, что она заключается в проведении рассуждений по тексту задачи с выполнением при необходимости арифметических действий. Комментарии носят всегда неформальный характер, основаны на понимании тем, кто проверяет, всех слов и предложений текста задачи. Удачнее было бы назвать способ проверки «разыгрыванием условий задачи».

Приведем пример рассуждений. Возьмем простую задачу: *«На стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина на 2 грузовика меньше. Сколько грузовиков работало на стройке магазина?»* Один ученик решил так:

$$12 - 2 = 10 \text{ (м.)},$$

а другой так:

$$12 + 2 = 14 \text{ (м.)}$$

Проведем проверку первого решения. Посмотрим, выполняется ли условие задачи, если считать, что было 10 машин. Сказано, что на стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина — меньше, чем на стройке школы. Проверяем: $10 < 12$, значит, это условие выполняется. Узнаем, на какое количество машин меньше работало на стройке магазина: $12 - 10 = 2$. Машин на стройке магазина на 2 меньше, чем на стройке школы, что соответствует условию задачи. Значит, она решена правильно.

Проведем проверку второго решения. В задаче сказано, что на стройке школы работало больше машин, чем на стройке магазина или на стройке магазина работало меньше машин, чем на стройке школы. $14 > 12$, значит, это условие задачи не выполнено. Найдено большее число, а надо было найти меньшее. Решение следует исправить.

Ценность этого способа в неформальности рассуждений. Они всегда ведутся по тексту задачи и поэтому различны для разных заданий. В то же время такие рассуждения вполне доступны детям. Их контролирующий характер ясен учащимся, и, следовательно, такой способ может быть применен для самоконтроля.

Это наиболее естественный вариант проверки. Однако обучение ему требует организации специальной работы и постоянного внимания. Регулярное использование этого способа (а он применим для каждой задачи) вырабатывает привычку вдумчиво относиться к каждому слову в тексте задачи, заставляет полно формулировать ответ на ее вопрос.

Рассмотрим применение этого способа на примере составной задачи: *«Для посадки привезли 600 лип и 400 дубов. Их рассадила*

в ряды поровну. При этом лип получилось на 5 рядов больше, чем дубов. Сколько получилось рядов лип и дубов в отдельности?»

При решении задачи получилось, что дубов посадили 10 рядов, а лип — 15. Прочтем текст, заменив вопрос ответом на него: «Для посадки привезли 600 лип и 400 дубов. Их рассадили в ряды поровну. При этом лип получилось на 5 рядов больше, чем дубов. Лип получилось 15 рядов, а дубов — 10 рядов».

Сравним полученное число рядов лип с числом рядов дубов. 15 больше, чем 10 на 5, так как $15 - 10 = 5$. Значит, это отношение выполняется.

Проверим другое отношение, имеющееся в задаче: условие равенства числа деревьев в каждом ряду. Для этого найдем число лип в каждом ряду: $600 : 15 = 40$ и число дубов в каждом ряду: $400 : 10 = 40$. Это требование тоже выполняется. Проверены все соотношения, имеющиеся в задаче, и установлено, что противоречий нет. Значит, решение верно.

Частое применение этого способа в сочетании с «прикидкой» и проверкой выбора действий через составление обратной задачи является хорошим средством формирования наиболее совершенных видов самоконтроля, с одной стороны, и умения анализировать текст задачи, с другой стороны. Поэтому обучение установлению соответствия результата решения условию следует начинать с самого начала работы по теме.

4. «Прикидка» ответа или установление его границ.

Суть этого приема заключается в прогнозировании с некоторой степенью точности правильности результата решения. Применение «прикидки» даст точный ответ на вопрос, правильно ли решена задача, лишь в том случае, когда полученный результат не соответствует прогнозируемому.

Покажем, как проводятся рассуждения при использовании этого приема в ходе проверки решения следующей задачи: «В одном куске 5 м ткани, в другом — 7 м такой же ткани. Сколько стоит каждый кусок, если за оба заплатили 3600 руб.?»

Вначале на основе анализа содержания задачи устанавливается, что стоимость каждого куска ткани меньше, чем 3600 руб. и второй кусок дороже первого. Выполнив решение:

- 1) $5 + 7 = 12$ (м)

- 2) $3600 : 12 = 300$ (руб.)

- 3) $300 \cdot 5 = 1500$ (руб.)

- 4) $300 \cdot 7 = 2100$ (руб.), устанавливаем, что действительно каждый кусок стоит меньше, чем 3600 руб. и второй дороже первого.

Полученный результат соответствует прогнозируемому, по-видимому, задача решена верно. Если в ходе проверки выясняется, что соответствия нет, то следует искать ошибку в решении. Прежде всего, надо проверить правильность всех вычислений. Если в них ошибка не обнаружится, то необходимо провести решение заново или, соотнеся каждое действие с условием, выяснить, правильно ли они выбраны. Самостоятельное осуществление «прикидки» ответа и соотнесения хода и результата решения с результатом есть не что иное, как осуществление самоконтроля в его наиболее развитом виде. «Прикидка» облегчает поиск решения задачи, так как предполагает проведение первоначального анализа основных связей между данными и искомым, выделение основного отношения между ними. Часто повторяемое требование учителя осуществить «прикидку» ответа воспитывает у учащихся привычку не начинать решения задачи (а в ряде случаев и выполнения других учебных заданий) прежде, чем будет оценен потенциальный результат, т.е. воспитывает привычку сначала думать, а потом делать.

Заложенные в этом методе проверки возможности для формирования самоконтроля могут быть реализованы лишь при сочетании обучения этому способу с обучением другим приемам, особенно в сочетании с установлением соответствия решения условию задачи.

Мы рассмотрели основные способы проверки решения задач и показали, что каждый из них обладает различным потенциалом для формирования самоконтроля учащихся. Умелое обучение учащихся всем методам, постоянное внимание учителя к данной работе, ее целенаправленность и целесообразность — эти факторы позволят превратить рассмотренный этап работы над задачей в средство оптимизации учебной деятельности школьников.

ЗАПИСЬ ОТВЕТА ЗАДАЧИ

Ответ задачи может быть записан кратко: «Ответ: 56 кг», но может быть и полным: «Ответ: 56 кг весят 8 ящиков с апельсинами» (или: «56 кг — масса 8 ящиков апельсинов»).

В 1 классе, до тех пор, пока у детей не сформирован навык достаточно быстрого письма, ответ записывается кратко. Однако при этом устно обязательно проговаривается полный вариант.

Краткий ответ может записываться и позднее в том случае, если фиксируется пояснение к последнему действию. Если требуется полный ответ, то пояснение к последнему действию опускается.

Учить детей правильно формулировать полный ответ следует начинать с первых текстовых задач. Для этого необходимо приучить учеников после решения задачи еще раз прочитать ее вопрос.

Многие учителя предлагают детям начинать ответ с числового данного. Однако не следует исправлять ученика, если он не выполнил этого указания, но тем не менее по существу правильно сформулировал ответ: «Ответ: масса 8 ящиков апельсинов — 56 кг».

МЕТОДИКА РАБОТЫ НАД НЕСТАНДАРТНЫМИ ЗАДАЧАМИ

Наибольшие затруднения у детей, как правило, вызывают нестандартные задачи, алгоритм решения которых учащимся неизвестен. Одна и та же задача может быть стандартной или нестандартной в зависимости от того, обучал ли учитель учащихся решению аналогичных задач или нет.

Вообще, любая задача, взятая изолированно, является нестандартной, но если с ней рядом поместить несколько подобных, она становится стандартной. Ценность нестандартных задач, таким образом, заключается в том, что поиск их решения не может сводиться к действию по аналогии. Он требует от учащихся включения в активную деятельность, которая в большей степени направлена на формирование общих умений решать задачи, чем работа над типовыми задачами. Решение нестандартных задач позволяет учащимся накапливать опыт в сопоставлении, наблюдении, выявлять несложные математические закономерности, высказывать догадки, нуждающиеся в доказательстве. Тем самым создаются условия для выработки у учеников потребности в дедуктивных рассуждениях. Эти задачи помогут учителю в воспитании таких нравственных качеств личности, как трудолюбие, упорство в достижении цели и др.

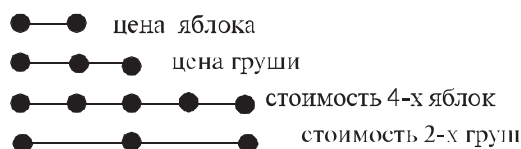
Необходимые предпосылки для успешной работы:

- 1) интерес к задаче;
- 2) желание ее решить;
- 3) уверенность в том, что задача «по силам».

Для решения нестандартных задач необходимо, с одной стороны, сформировать у учащихся общее умение решать задачи, а с другой — познакомить их с некоторыми специальными способами. Например, с методом моделирования. Рассмотрим задачу.

Задача 1. *Груша дороже яблока в 2 раза. Что дороже: 4 яблока или 2 груши?* Строим модель задачи (чертеж).

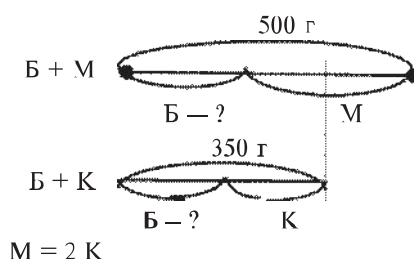
Методика решения текстовых задач



О т в е т: стоимость 4 яблок и 2 груш одинаковая.

Задача 2. Банка с медом весит 500 г. Та же банка с керосином весит 350 г. Керосин легче меда в 2 раза. Сколько весит пустая банка?

1. Выполнение схемы (без схемы дети испытывают затруднения в решении задачи). Обратит внимание на массу пустой банки и на то, как связана масса меда и масса керосина в такой же банке.



1-й способ:

1) $500 - 350 = 150$ (г) — разница между массой меда и массой керосина.

2) $150 \cdot 2 = 300$ (г) — масса меда.

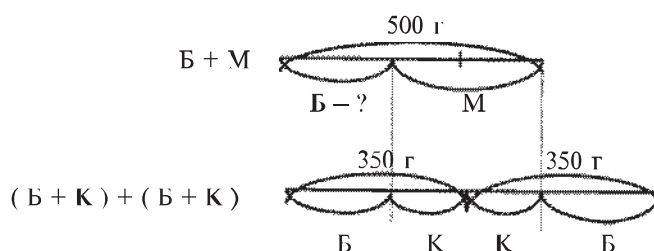
3) $500 - 300 = 200$ (г) — масса банки.

2-й способ:

1) $500 - 350 = 150$ (г) — масса керосина.

2) $350 - 150 = 200$ (г) — масса банки.

Учащимся был предложен такой способ решения задачи. Предположим, что банок с керосином было 2.



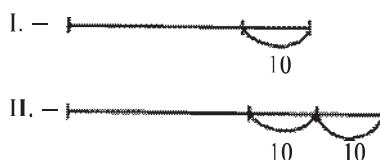
1) $350 \cdot 2 = 700$ (г) — масса двух банок с керосином.

2) $700 - 500 = 200$ (г) — масса банки.

Грамотно выполненная схема подсказывает решение. В дальнейшем, когда дети познакомятся с уравнениями, желательно вернуться к задаче и решить ее этим способом.

Задача 3. В двух коробках было поровну яблок. Из одной коробки в другую переложили 10 яблок. На сколько больше яблок стало в этой коробке по сравнению с другой?

Для решения этой задачи нужно знать, сколько яблок было в каждой коробке сначала? Если нет, то почему?

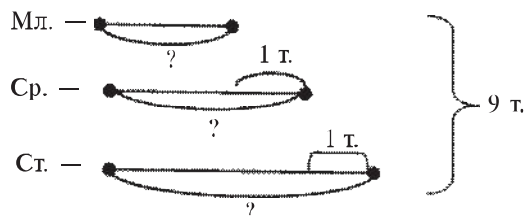


Решение: $10 \cdot 2 = 20$ (ябл.)

Ответ: на 20 яблок.

Задача 4. Три брата купили вместе 9 тетрадей. Младший брат взял на одну тетрадь меньше, чем средний, а старший — на одну тетрадь больше, чем средний. Сколько тетрадей взял каждый брат?

Смоделируем задачу:



1-й способ:

— Если бы все братья взяли тетрадей столько, сколько и младший, то общее количество тетрадей было бы больше или меньше, чем 9? На сколько меньше? (На три.)

— Сколько же было бы всего тетрадей, если бы все взяли тетрадей столько, сколько взял младший брат? (Шесть тетрадей.)

— Как разделить эти 6 тетрадей между тремя братьями? (Поровну.)

Можно ли узнать, сколько тетрадей взял каждый?

Методика решения текстовых задач

Решение: 1) $1 + 1 = 2$ (т.) — на столько больше тетрадей взял старший брат, чем младший;

2) $1 + 2 = 3$ (т.) — на столько было бы меньше всех тетрадей, если бы каждый из 3-х братьев взял столько тетрадей, сколько взял младший;

3) $9 - 3 = 6$ (т.) — было бы, если бы все взяли тетрадей столько, сколько взял младший брат;

4) $6 : 3 = 2$ (т.) — взял младший брат;

5) $2 + 1 = 3$ (т.) — взял средний брат;

6) $3 + 1 = 4$ (т.) — взял старший брат.

2-й способ:

1) $9 : 3 = 3$ (т.) — взял средний брат;

2) $3 - 1 = 2$ (т.) — взял младший брат;

3) $3 + 1 = 4$ (т.) — взял старший брат.

3-й способ:

Каждый взял столько, сколько старший брат.

1) $1 + 1 = 2$ (т.) — на столько тетрадей меньше у младшего брата, чем у старшего;

2) $2 + 1 = 3$ (т.) — на столько тетрадей было бы больше, если бы каждый из трех братьев взял столько тетрадей, сколько взял младший;

3) $9 + 3 = 12$ (т.) — было бы, если бы каждый взял столько, сколько взял старший брат;

4) $12 : 3 = 4$ (т.) — взял старший брат;

5) $4 - 1 = 3$ (т.) — взял средний брат;

6) $3 - 1 = 2$ (т.) — взял младший брат.

В других случаях для успешного решения нестандартной задачи достаточно, чтобы ученик хорошо умел анализировать ее и устанавливать связи между величинами: данными задачи, данными и искомыми.

Задача 5. *Груша дороже яблока в 2 раза. Что дороже: 4 яблока или 2 груши?*

Рассуждение. Если груша дороже яблока в 2 раза, то это значит, что одна груша стоит столько, сколько стоят 2 яблока. Значит, 2 груши стоят столько, сколько стоят 4 яблока.

Задача 6. *У девочки есть сестра, а братьев вдвое больше, чем сестер. Сколько всего детей в семье?*

Рассуждение. Так как братьев в 2 раза больше, чем сестер, то их будет:

1) $1 \cdot 2 = 2$ (бр.).

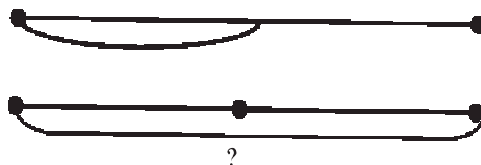
2) $1 + 2 = 3$ (ч.) — сестер и братьев.

3) $3 + 1 = 4$ (д.) — всего детей.

О т в е т: всего четверо детей.

Задача 7. *Крестьянин отправился в город. Первую половину пути он ехал на волах — в 2 раза медленнее, если бы он шел пешком. Зато вторую половину пути он ехал на поезде в 10 раз быстрее, если бы он шел пешком. Сколько времени он выиграл по сравнению с тем, если бы он проделал весь путь пешком?*

Рассуждение. Так как крестьянин на волах ехал в 2 раза медленнее, чем если бы он шел пешком, то пешком он шел в 2 раза быстрее, чем ехал на волах. Следовательно, на первую половину пути он потратил все время, которое ему потребовалось бы на весь путь пешком. Крестьянин ничего не выиграл. Он проиграл все то время, которое ехал на поезде.



При решении некоторых нестандартных задач применим метод исследования. Дети учатся думать, рассуждать, искать новые оригинальные пути решения возникающих проблем, так как задачи — богатейший материал, содействующий развитию логического мышления и исследовательских навыков. Задачи на исследование приближают ученика к условиям, в которых практическую проблему выдвигает жизнь. Здесь осуществляется связь обучения с практикой.

Примеры задач с элементами исследования.

1) *В школе 370 учеников. Найдутся ли в одной школе хотя бы 2 ученика, у которых день рождения приходится на одну и ту же дату календаря? Требование этой задачи не выражается в форме «вычислить», «доказать» или «построить». Для ее решения надо провести исследования, сравнения, рассмотреть возможные варианты. Учащиеся активно участвуют в творческих поисках.*

2) *Для поздравления с днем 8 Марта Миша купил в киоске 7 одинаковых открыток. Цену он не знал, но ему было известно, что стоимость одной открытки не превышает 10 руб. Получив с 100 руб. сдачу 55 руб., он заметил продавцу, что тот ошибся. Поблагодарив мальчика, продавец сразу же исправил ошибку. Как рассуждал Миша?*

Решение: За 7 открыток продавец взял 45 руб. ($100 - 55 = 45$ руб.) Но 45 не делится на 7 без остатка, значит продавец неверно дал сдачу ($45 : 7 = 6$ (ост. 3)).

3) 5 второклассников и 7 третьеклассников купили всего 50 тетрадей. Каждый второклассник купил одно и то же число тетрадей и каждый третьеклассник купил иное, чем второклассник, но также одинаковое число тетрадей. Сколько тетрадей купил каждый второклассник и каждый третьеклассник?

Эта задача требует дополнительных исследований и рассмотрения различных вариантов.

Необходимо направить поисковую деятельность учащихся:

1) обратить внимание на то, что число тетрадей, купленных второклассниками, оканчивается или нулем, или цифрой пять, так как оно получается при умножении некоторого числа на 5;

2) если оно оканчивается нулем, то и число тетрадей, купленных третьеклассниками, должно оканчиваться нулем;

3) но при умножении однозначного числа на 7 (число тетрадей, купленных одним третьеклассником, меньше 8, так как $8 \cdot 7 = 56$, а $56 > 50$) нельзя получить число, оканчивающееся на 0. Если третьеклассники купили 35 тетрадей, то второклассники — 15 ($50 - 35 = 15$ (т.)) Каждый второклассник купил 3 тетради ($15 : 5 = 3$), а каждый третьеклассник — 5 ($35 : 7 = 5$).

Нестандартные задачи требуют особых подходов к организации учебной деятельности. Один из них — прием решения вспомогательной задачи. Рассмотрим его на конкретном примере.

Задача 1. Сколько времени будет проходить поезд длиной 500 м через тоннель, длина которого 500 м, если скорость поезда 60 км/ч?

Сначала целесообразно решить более простые задачи на использование соотношений между расстоянием, скоростью и временем.

1) Скорость поезда 60 км/ч. Сколько времени ему потребуется, чтобы пройти 240 км?

2) Скорость поезда 60 км/ч. Сколько времени ему потребуется, чтобы пройти 1 км?

3) Впереди тоннель длиной 500 м. Какое расстояние пройдет тепловоз от момента въезда в тоннель до того момента, когда последний вагон поезда выйдет из тоннеля? (Длина поезда 500 м.)

4) Скорость птицы 30 км/ч. Сколько времени она будет лететь через тоннель, длина которого 500 м?

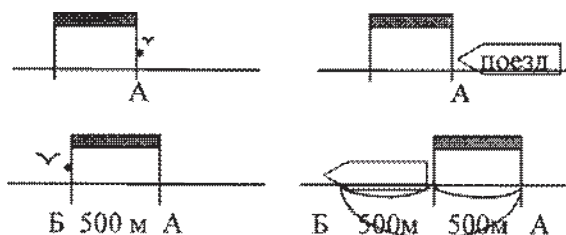
Предложенная серия задач выполняет две функции:

а) готовит к восприятию фабулы основной задачи;

б) требует выполнения технологических операций, которые необходимы при решении основной задачи.

Обратить внимание на содержание задачи 4) и основной задачи 1. Найти сходство и заметить существенное различие. Различие:

в основной задаче тело (т.е. поезд) имеет длину, тогда как птицу можно принять за точку. Это и влияет на решение. Для пояснения можно использовать рисунок.



$$500 + 500 = 1000 \text{ (м)} = 1 \text{ км.}$$

Поезд сехал со скоростью 60 км/ч или 1 км/мин. Значит, время, за которое поезд будет проходить тоннель, равно 1 мин.

С целью контроля усвоения данного материала можно использовать для решения аналогичную задачу.

Задача 2. Мимо телеграфного столба проходит поезд длиной 800 м со скоростью 400 м/мин. Сколько времени проходит поезд мимо столба? (Столб можно принять за точку.)

Особенность этой задачи в том, что расстояние равно длине поезда.

Решение: $800 : 400 = 2$ (мин).

Следующую задачу можно считать обобщением первых двух.

Задача 3. Человек, стоящий на мосту длиной 150 м, заметил, что поезд прошел мимо него за 10 с, а на движение по мосту затратил 25 с. Найти длину и скорость поезда.

Решение задач методом отбора.

Нередко при решении задач приходится выделять из данного множества некоторое подмножество или отбирать отдельные элементы, обладающие теми или иными свойствами. Такой отбор, как правило, многоступенчатый. Используя постепенно условие задачи, выделяют сначала избыточное подмножество элементов, затем из него по заданным признакам отбирают требуемые компоненты, т.е. получают решение задачи или доказывают, что его нет. Метод, о котором идет речь, часто называют методом **перебора**, однако более подходящий термин — **метод отбора**.

Покажем его использование на примерах некоторых задач.

Задача 1. Один ежик собрал 9 сыроежек и 5 маслят и поделился с другом. Он дал ему 7 грибов, среди которых были грибы разных видов. Сколько он мог дать ему сыроежек и сколько маслят?

Методика решения текстовых задач

Решение: число 7 можно представить в виде суммы двух слагаемых так:

1) $7 = 7 + 0 = 0 + 7$

2) $7 = 6 + 1 = 1 + 6$

3) $7 = 3 + 4 = 4 + 3$

4) $7 = 2 + 5 = 5 + 2$

Так как среди 7 грибов были сыроежки и маслята, то из имеющихся восьми вариантов состава числа 7 отберем те, которые удовлетворяют условию задачи. Получаем:

1) сыроежек 6 и маслят 1;

2) сыроежек 5 и маслят 2 или наоборот;

3) сыроежек 4 и маслят 3 или наоборот, т.е. пять возможных вариантов.

Задача 2. На рыбалке были Медведь и Лиса. Они поймали вместе 13 рыбок, причем Медведь поймал больше. На сколько рыбок Медведь мог поймать больше, чем Лиса, если разность их улова не меньше 3 и не больше 7?

Решение: составим такую таблицу:

Поймали рыбок		На сколько Медведь больше поймал рыбок, чем Лиса
Лиса	Медведь	
1	12	11
2	11	9
3	10	7
4	9	5
5	8	3
6	7	1

Отбираем из таблицы числа, удовлетворяющие условию задачи: 7, 5 и 3.

Задача 3. Два магазина получили 35 холодильников. Когда первый магазин продал 5 холодильников, а второй меньше, чем первый, то в магазинах холодильников осталось поровну. Сколько всего холодильников могло остаться в магазинах?

Решение: второй магазин мог продать холодильников 4, 3 или 2, 1. Всего два магазина могли продать 9, 8, 7 или 6 холодильников. Значит, холодильников в магазине могло остаться:

1) $35 - 9 = 26$

3) $35 - 7 = 28$

2) $35 - 8 = 27$

4) $35 - 6 = 29$

Так как в магазинах осталось холодильников поровну, то из полученных чисел выбираем те, которые делятся без остатка на 2. Таких чисел два — 26 и 28. Значит, в магазинах могло остаться 26 или 28 холодильников.

Задача 4. *Женщина продавала арбузы. Первая покупательница у нее купила половину всех арбузов и еще пол-арбуза, вторая купила половину оставшихся арбузов и еще пол-арбуза, а третья покупательница купила последний арбуз. Сколько арбузов продавала женщина?*

1 шаг: осознание того, что арбузов было четное количество, так как только в этом случае имеет смысл условие о половине арбуза.

2 шаг: понимание того, что арбузов было немного, так как все арбузы купили 3 человека, причем третьему достался только один арбуз.

3 шаг: проверить несколько чисел, которые определяют ученики (например, 5, 7, 9, 11). В результате проверки получаем, что на продажу было принесено 7 арбузов.

Задача 5. *У матери 2 сына. У нее спросили: «Сколько лет твоим сыновьям?» Она ответила: «Сейчас один из них вдвое старше другого, а год назад он был втрое старше другого. Догадайтесь, сколько лет моим сыновьям?»*

Из условия ясно, что детям немного лет, если соотношение возрастов за один год меняется так значительно. Выбираем произвольно возраст младшего брата, например, 2 года (так как 1 год взять нельзя по условию задачи).

Возраст	Младший брат	Старший брат
Сейчас	2, 3, 4, 5, 6	4, 6, 8, 10, 12
Год назад	1, 2, 3, 4, 5	3, 5, 7, 9, 11

Отбираем из таблицы числа, удовлетворяющие условию задачи.

О т в е т: младшему брату 2 года, старшему 4 года.

Задача 6. *Через 2 года мальчик будет вдвое старше чем он был 2 года назад, а девочка через 3 года будет втрое старше, чем 3 года назад. Кто старше, мальчик или девочка?*

— Что надо знать, чтобы ответить на вопрос задачи? (Сколько сейчас лет мальчику и сколько лет девочке.)

— Каким может быть минимальный возраст мальчика? (Три года.)

— Почему? (Если бы ему было 2 года, то два года назад его еще не было бы.)

— Какой минимальный возраст девочки? (Четыре года.) Почему?

Методика решения текстовых задач

Составляем таблицу.

Мальчик							
Сейчас	3	4	5	6	7	8	
Через 2 года	5	6	7	8	9	10	
2 года назад	1	2	3	4	5	6	
Девочка							
Сейчас	4	5	6	7	8	9	10
Через 3 года	7	8	9	10	11	12	13
3 года назад	1	2	3	4	5	6	7

Отбираем из таблицы числа, удовлетворяющие условию задачи. Мальчику сейчас 6 лет и девочке — 6 лет. Они ровесники.

Задача 7. *Хозяйка развела кур и кроликов. Всего у них 35 голов и 94 ноги. Сколько у хозяйки кур и сколько кроликов?*

Чтобы пробудить интерес к решению задачи, можно предложить учащимся угадать ее ответ, т.е. решить задачу методом отбора.

Количество		
Кур	Кроликов	Ног
30	5	80
25	10	90
23	12	94

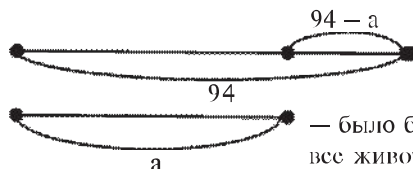
Главное в данном способе решения — выбор рационального пути апробации чисел. Эту задачу можно решить и арифметическим способом.

— Сколько всего животных у хозяйки?

— Если бы все они были курами, то ног было бы больше или меньше, чем 94?

Обозначим за (a) количество ног, если бы все были курами.

$(94 - a)$ — на столько ног было бы меньше, чем в действительности.



— было бы ног, если бы все животные были курами.

— Сколько было бы ног у животных, если бы были одни куры? ($2 \cdot 35 = 70$ (н.))

— На какое количество ног больше в действительности? ($94 - 70 = 24$ (н.))

— На какое количество ног больше у кролика, чем у курицы? ($4 - 2 = 2$ (ц.))

— Сколько раз по две ноги содержится в 24 ногах? Узнав это, мы найдем количество кроликов, так как когда мы кроликов заменили курами, то у каждого кролика мысленно отделили по две ноги. Отсюда и взялась разность ($94 - 70 = 24$). Чтобы определить количество кроликов, надо узнать, сколько раз мы по две ноги отделяли (мысленно), т.е. $24 : 2 = 12$ (кр.).

Рассуждение: если бы были одни куры, то количество ног было бы меньше на $(94 - a)$ ноги. Разность получилась бы только потому, что вместо кроликов были взяты куры. У каждой курицы ног на 2 меньше ($4 - 2 = 2$), чем у кролика. Следовательно, чтобы узнать количество кроликов, надо знать, сколько раз две ноги содержится в $(94 - a)$ ногах.

План решения:

1. Сколько было бы ног, если были бы одни куры? (т.е. найдем a).

2. На какое количество ног больше было в действительности? (т.е. находим разность $(94 - a)$).

3. На сколько ног меньше у курицы, чем у кролика? ($4 - 2 = 2$).

4. Сколько было кроликов? (т.е. узнаем, сколько раз по 2 ноги содержится в $(94 - a)$ ног).

5. Сколько было кур?

Решение:

1) $2 \cdot 35 = 70$ (н.) — столько было бы ног у всех животных, если бы были одни куры.

2) $94 - 70 = 24$ (н.) — на какое количество ног больше в действительности, так как у хозяйки были и кролики.

3) $4 - 2 = 2$ (ц.) — на какое количество ног у кролика, чем у курицы.

4) $24 : 2 = 12$ (кр.) — было кроликов.

5) $35 - 12 = 23$ (к.) — было кур.

О т в е т: 12 кроликов, 23 курицы.

Можно предположить, что у хозяйки были одни кролики. Работа над задачей проводится аналогично.

Решение нестандартных задач может проходить в ходе внеклассной (кружковой) работы, а также на уроке, если учитель проявляет интерес к математике и воспитывает его у своих учащихся.

Нестандартные задачи — мощное средство активизации познавательной деятельности учащихся, развития творческого мышления.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ

Решение задач с помощью уравнений не является каким-то неожиданным нововведением. Еще в учебниках К.П. Арженникова (1862—1933) содержались уравнения вида $7 + ? = 10$, $? + 21 = 29$ и т.д. В более поздних сборниках появились несколько видоизмененных упражнений, например, $7 + [...] = 9$, $[...] - 4 = 7$ или $[...] + 3 = 9$, $5 + [...] = 12$. Задачи соответствующего типа даются с целью показать детям практическое использование уравнений и познакомить с алгебраическим способом решения.

Исследования психологов доказывают, что уже младшие школьники могут полноценно усвоить описание значений величин и чисел посредством буквенной символики (Давыдов В.В., Фролова Т.А., Минена Г.И. и др.). Поэтому отвергать использование уравнений при решении задач в связи с психическими особенностями детей нет оснований. Напротив, этот метод формирует навык обобщения, «схватывания» ситуации в ее целостности, содействует развитию мышления.

При решении составных задач в некоторых программах и системах обучения алгебраическому методу отводится значительное место. Его введение в 1—4 классах не означает простого переноса способа, изучаемого в 5—8 классах. Этому должна предшествовать подготовительная работа в виде специальных упражнений с математическими выражениями. Они дают ученику возможность выразить ту или иную зависимость посредством математических символов, а это поможет вербальный текст перевести на язык математики. Научить школьников такому переводу — значит научить их алгебраическим приемам решения задач. На это указывал еще И. Ньютон. Во «Всеобщей арифметике» он писал: «Чтобы решить задачу, нужно лишь перевести ее с обыкновенного языка на язык символических выражений — язык алгебры. Этот перевод означает составление уравнения, корни которого дают ответ на вопрос поставленной задачи».

Конкретизируем сказанное на примерах. Рассмотрим простую задачу: *«Саша, помогая папе, утром принес несколько кирпичей, после обеда 9 кирпичей. А всего он принес 17. Сколько кирпичей принес Саша*

утром?» Переведем эту задачу на язык математических символов и получим: «Утром Саша принес x кирпичей, после обеда $x + 9$ кирпичей. Всего он принес 17 кирпичей».

По условию известно, что Саша принес всего 17 кирпичей, поэтому $x + 9 = 17$.

Равенство $x + 9 = 17$ — уравнение. Оно выражает условие и вопрос задачи в математической знаковой форме. Чтобы получить ответ, нужно найти значение x .

Из приведенного примера видно, что до решения задачи посредством составления уравнения дети должны знать, как решать простейшие уравнения. Полезно также предложить ученикам упражнения такого характера — записать в виде равенств выражения:

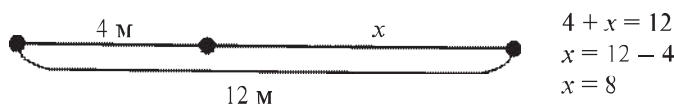
- а) сумма чисел 5 и 3 равна 8;
- б) число 9 больше числа 6 на 3;
- в) число 8 меньше числа 4 на 4;
- г) разность чисел 9 и 5 составляет 4.

Далее полезно перейти к выполнению более сложных заданий, записать равенство и найти неизвестное, если

- а) 5 и число x составляют сумму 12;
- б) число x больше 9 на 4;
- в) число x меньше 14 на 7;
- г) число 9 больше x на 5;
- д) число 2 меньше x на 9.

Выполнение этих и аналогичных упражнений готовит учеников к составлению уравнений по заданным условиям. При решении простых задач вышеназванным способом полезно использовать графические модели. Рассмотрим это на примере: «В гараже было несколько машин. Когда в гараж приехали 4 машины, то в нем стало 12 машин. Сколько машин в гараже было вначале?»

Разбирая задачу, делают схематический рисунок, по нему составляют уравнение, решая которое получают ответ на вопрос.



Рассмотрим составную задачу: «Из города в поселок, расстояние между которыми 150 км, выехали аэросани со скоростью 60 км в час. В это же время из поселка вышел лыжник и встретил аэросани через 2 ч. Найти скорость лыжника».

Методика решения текстовых задач

Переведем эту задачу на язык алгебры.

Запись текста задачи словами	Запись на языке алгебры
1. За 1 час лыжник проходит несколько километров.	x
2. За 2 часа он прошел в 2 раза больше.	$2x$
3. Аэросани за 2 часа проехали в 2 раза больше 60 км.	$60 \cdot 2$
4. Сколько километров лыжник и аэросани проехали за 2 часа?	$x \cdot 2 + 60 \cdot 2$
5. За 2 часа они проехали 150 км.	150
6. Задача выражается уравнением. Решим его.	$ \begin{aligned} x \cdot 2 + 60 \cdot 2 &= 150 \\ x \cdot 2 + 120 &= 150 \\ x \cdot 2 &= 150 - 120 \\ x \cdot 2 &= 30 \\ x &= 30 : 2 \end{aligned} $
7. Решив уравнение, найдем $x = 15$. Лыжник проходит за 1 час 15 км.	$x = 15$

Легче всего составлять по задаче уравнение в том случае, когда сами условия несут «указание» на путь его составления (одинаковый расход, равная стоимость, купили по одинаковой цене или одинаковое количество и т.п.). Например: «За три одинаковых тетради мальчик заплатил 75 рублей и получил 3 рубля сдачи. Сколько стоит одна тетрадь?»

Стоимость тетради (цену) обозначим за x , получим уравнение: $3x = 75 - 3$.

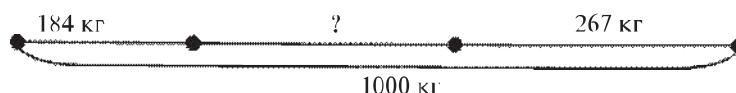
Другая ситуация: «В два ларька привезли по одинаковому количеству картофеля. В один ларек привезли 6 мешков по 60 кг в каждом, в другой — несколько ящиков по 40 кг в каждом. Сколько ящиков с картофелем привезли в другой ларек?»

Уравнение: $60 \cdot 6 = 40x$.

Такие задания подготавливают детей к решению задач, представляющих более сложные ситуации. Они требуют более тщательного анализа условия и вопроса. В таких случаях можно составить несколько уравнений. Примером послужит следующая задача:

«В двух хранилищах 1000 кг картофеля. Из первого взяли 184 кг, а из второго — 267 кг. Сколько картофеля осталось в двух хранилищах?»

Эту задачу можно смоделировать схематическим чертежом.



Рассмотрев иллюстрацию, ученики замечают, что 1000 и сумма чисел $184 + 267 + x$ выражают одну и ту же массу картофеля. Поэтому 1000 является суммой слагаемых $184 + 267 + x$. Получаем уравнение $184 + 267 + x = 1000$. Его можно составить иначе, представив равенство разности $1000 - x$ и суммы $184 + 267$, т.е. $1000 - x = 184 + 267$. Составление второго уравнения сложнее, но решение любого из них дает ответ на вопрос: $x = 549$ (кг).

Подготовку к решению составных задач посредством уравнений начинают с повторения решения простых задач этим методом. Затем переходят к составлению уравнений по тексту, в котором дано полное указание о действиях с данными числами и неизвестным. Например: «Утроенное неизвестное число равно разности чисел 41 и 14. Найди неизвестное число».

Дети по данному тексту записывают равенство: $3x = 41 - 14$. Решая уравнение, находят неизвестное число $x = 9$.

Подобные задания помогают освоить решение составных задач методом уравнений. На подготовительном этапе полезно предлагать детям придумывать условие и вопрос по данному уравнению, предварительно обсудив жизненную ситуацию.

Например, можно составить задачу о покупке тетрадей, о движении пешехода и т.п. по уравнению $5x = 20 - 5$.

В коллективной деятельности выясняют, что обозначает каждое число, вошедшее в данное уравнение, например, 5 обозначает, что скорость пешехода 5 км/ч, 20 км — это расстояние, которое он должен пройти, 5 км — осталось пройти, x — неизвестное число, обозначающее время. По предложению учителя, один из учеников формулирует задачу: «Пешеход должен был пройти 20 км, но прошел не все расстояние. Ему еще осталось пройти 5 км. Сколько времени он был в пути, если его скорость 5 км/ч?»

Дети устанавливают, соответствует ли задача данному уравнению, затем, используя его, находят значение x . Для проверки правильности результата целесообразно составить обратную задачу, в которой искомой будет, например, скорость пешехода, и решить ее.

Умение выделять в задаче данное и искомое, находить в ней 2 равных значения одной и той же величины, записывать их различными выражениями складывается не сразу. Его формированию поможет последовательное рассмотрение нескольких задач нарастающей сложности с однотипными уравнениями, но разным содержанием.

Рациональный ход решения выявляется не сразу, а только после тщательного анализа текста и решения различными путями одной и той же задачи.

МЕТОДИКА РАБОТЫ НАД ЗАДАЧАМИ С ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ

Две переменные находятся в пропорциональной зависимости, если с увеличением (уменьшением) значений одной из них значение другой соответственно увеличивается (уменьшается) во столько же раз. Формула прямой пропорциональности — $y = kx$, где x — независимая переменная, y — функция, k — действительное число, отличное от нуля.

Рассмотрим два значения переменной x и соответствующие им значения y , получим:

$$x_1 \quad y_1 = k x_1 \quad (1)$$

$$x_2 \quad y_2 = k x_2 \quad (2)$$

Разделим равенство (1) на равенство (2): $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}$

Если рассматривать скорость, время, расстояние, то, когда t — постоянна, скорость (v) и расстояние (s) (пройденный путь) находятся в прямо пропорциональной зависимости ($s = vt$), т.е. с увеличением скорости пройденный путь увеличивается во столько же раз.

Ученики могут понаблюдать эту зависимость и сделать соответствующий вывод, заполняя с учителем, а затем и анализируя следующую таблицу:

	v	t	s
Пешеход	5	2	10
Лыжник	10	2	20
Велосипедист	20	2	40
Автомобиль	40	2	80

Дети замечают, что если время одинаковое, с возрастанием скорости расстояние увеличивается. В беседе с учителем они выясняют, что при увеличении скорости в 2 раза расстояние тоже увеличивается в 2 раза и т.д.

Дальнейшие наблюдения позволяют найти две другие переменные величины, которые находятся в пропорциональной зависимости. Ученики устанавливают их, заполняя таблицу:

v (км/ч)	t (ч)	s (км)
20	3	60
20	4	80
20	6	120

$s = vt$, где v — постоянная.

Очевидно, что между временем и расстоянием при постоянной скорости прямо пропорциональная зависимость.

Новая таблица способствует очередному открытию.

v (км/ч)	t (ч)	s (км)
5	12	60
10	6	60
20	3	60

Дети убеждаются, что при увеличении скорости в несколько раз время уменьшается во столько же раз: $v = \frac{s}{t}$. Такую зависимость можно задать формулой $v = \frac{k}{x}$. Ее называют обратно пропорциональной.

Среди задач с пропорциональными величинами выделяют:

- 1) задачи на нахождение четвертого пропорционального;
- 2) задачи на пропорциональное деление;
- 3) задачи на нахождение неизвестного по двум разностям.

Задачи на нахождение четвертого пропорционального.

Рассмотрим этот тип задач на примере величин: цена, количество, стоимость.

Задача: За 5 карандашей заплатили 40 руб. Сколько стоят 3 таких карандаша?

— Что в задаче известно? (Даны три величины: цена, количество, стоимость.)

— *Какая из них постоянна? (Цена.)*

— *Как вы узнали? (Карандаши такие же. Значит, цена одна.)*

Итак, здесь три величины, одна из них постоянна, а две другие — переменные. Известно два значения одной из них (количества) и одно значение другой (стоимости). Это задача на нахождение четвертого пропорционального. Обозначим: k — цена, x — количество, y — стоимость. Получим: $y = kx$. Возьмем два значения количества x_1, x_2 , соответствующие значения $y_1 = kx_1$ (1), $y_2 = kx_2$ (2). Поделим равенство (2) на (1): $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}$.

Получим равенство двух отношений, или пропорцию, в которой известны 3 значения (y_1, x_1, x_2), находим четвертый пропорциональный. Используя любые три величины, связанные пропорциональной зависимостью, можно составить шесть видов задач на нахождение четвертого пропорционального.

В начальной школе рассматриваются разные группы пропорциональных величин: масса одного предмета, число предметов, общая масса; емкость одного сосуда, число сосудов, общая емкость; выработка в единицу времени, время работы, общая выработка; расход материи на одну вещь, число вещей, общий расход материи и т.д.

На первом этапе обучения новому типу задач целесообразно подвести учащихся к самостоятельному нахождению способа решения на основе выполнения системы практических действий, которые служат средством анализа, выявления отношений между предметами. После практических упражнений полезно предложить задачи с сюжетом, которые представляют большую трудность. В связи с этим необходимо использовать схемы, рисунки, чертежи, возникающие в совместной деятельности.

Целесообразно включать задачи с величинами такого содержания:

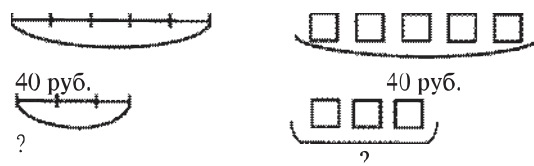
«Купили 5 блокнотов по 10 руб. и карандаш за 8 руб. Сколько стоит вся покупка?»

«Купили 5 тетрадей по 20 руб. и 5 линеек по 10 руб. Сколько стоит вся покупка?»

$(20 \cdot 5 + 10 \cdot 5 = 150 \text{ (руб.)})$ или $(20 + 10) \cdot 5 = 150 \text{ (руб.)})$

Задача: «Ученик купил по одинаковой цене 5 тетрадей в клетку и 3 в линейку. За тетради в клетку он заплатил 40 руб. Сколько стоят тетради в линейку?»

Можно использовать предметную наглядность или другую иллюстрацию.



Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	5	40
	3	?

Способы решения задач на определение четвертого пропорционального.

1. Способ прямого приведения к единице.

Этот способ состоит в том, что сначала узнают значение (цену) единицы одной из пропорциональных величин (товара, работы и пр.), затем значение (стоимость) указанного в условии количества. К единице приводят величину, для которой даны оба значения.

Задача: «На 6 одинаковых платьев израсходовали 30 м ткани. Сколько ткани потребуется на изготовление 3 таких платьев?»

В этой задаче известны два значения количества и одно значение общего расхода. При решении способом прямого приведения к единице находим сначала расход на 1 платье: $(30 : 6) \times 3 = 15$ (м).

В качестве тренировочных учащиеся выполняют творческие задания на составление задач по выражениям, например $84 : 6 \cdot 10$, после того как учитель предложит тему, т.е. укажет, о каких величинах пойдет речь.

2. Способ обратного приведения к единице.

Среди задач на нахождение четвертого пропорционального (на тройное правило) встречаются те, которые рациональнее решать способом обратного приведения к единице. С ним также следует познакомить детей. Он сводится к нахождению соответствующего значения единицы той величины, для которой в условии указано лишь одно данное (одно значение). Она выявляется при записи условия в виде таблицы.

Сопоставим два способа решения одной и той же задачи.

Выработка в 1 ч	Время работы	Изготовлено деталей
Одинаковая	6 ч	60
	?	80

Методика решения текстовых задач

Из таблицы видно, что дано одно значение времени, и два числа изготовленных деталей.

Решая способом обратного приведения к единице нужно узнать, сколько за один час можно изготовить деталей. Сравним два способа решения.

Способ прямого приведения к единице	Способ обратного приведения к единице
1) За какое время мастер изготовит 1 деталь. $6 \text{ ч} = 360 \text{ мин}$ $360 : 60 = 6 \text{ (мин)}$ 2) $6 \cdot 80 = 480 \text{ (мин)}$ $480 \text{ мин} = 8 \text{ ч.}$	1) $60 : 6 = 10 \text{ (дет.)}$ — изготовит мастер за 1 час. 2) $80 : 10 = 8 \text{ (ч)}$ — время, за которое мастер изготовит 80 деталей.

Рассмотрим задачу: «Для засолки 12 кг огурцов разложили в 6 одинаковых банок. Сколько потребуется таких банок, чтобы разложить 24 кг огурцов?»

Масса огурцов в 1 банке	Количество банок	Масса огурцов
Одинаковая	6	12 кг
	?	24 кг

Ученики могут попытаться решить эту задачу способом обратного приведения к единице: узнать массу огурцов в 1 банке ($12 : 6 = 2 \text{ (кг)}$), а затем определить число банок, которое потребуется, чтобы разложить 24 кг ($24 : 2 = 12 \text{ (б.)}$).

Анализируя условие задачи, учащиеся убеждаются, что нельзя узнать, сколько потребуется банок для засолки 1 кг огурцов (это не вся банка, а ее часть, т.е. в целых числах выразить нельзя!). Дети, более внимательные, вместе с учителем устанавливают зависимость между величинами: с увеличением массы возрастает и количество необходимых банок. Школьники определяют, сколько раз по 12 содержится в 24 кг, т.е. во сколько раз 24 больше 12, значит, и банок получится во столько же раз больше.

Решение: $6 \cdot (24 : 12) = 12 \text{ (б.)}$

Задачи на пропорциональное деление.

В основе задач на пропорциональное деление лежат задачи на нахождение четвертого пропорционального. К этой группе относятся следующие виды:

- 1) задачи на части, или задачи, решаемые делением пропорционально ряду данных чисел;
- 2) задачи на нахождение чисел по сумме и кратному отношению;
- 3) задачи, решаемые делением числа пропорционально нескольким рядам чисел.

Основным признаком задач на пропорциональное деление является содержащееся в них требование распределить одно числовое значение величины (например, стоимости) пропорционально данным числам (например, числу предметов в одной совокупности и числу предметов в другой совокупности).

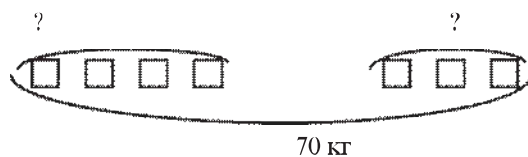
Примером может служить задача: «Двум семьям нужно уплатить в месяц за газ 70 рублей. В одной семье 4 человека, а в другой — 3 человека. Сколько должна уплатить в месяц каждая семья?»

В ходе решения этой задачи требуется 70 руб. представить в виде суммы двух слагаемых пропорционально числу людей каждой семьи. После того как будет вычислено, что всего в двух квартирах проживают $4 + 3 = 7$ человек, предстоит ответить на следующие вопросы:

- 1) 7 человек должны уплатить 70 руб. Сколько должны уплатить 4 человека?
- 2) 7 человек должны уплатить 70 руб. Сколько должны уплатить 3 человека?

Составлены две задачи на нахождение четвертого пропорционального.

Подвести учащихся к самостоятельному решению задач на пропорциональное деление можно через преобразование задач на нахождение четвертого пропорционального или в результате составления задачи по рисунку:



- Что могут обозначать квадраты? (Ящики.)
- Что обозначает число 70 кг? (Массу продуктов.)
- Составьте задачу.

Дети предлагают, например, такой вариант: «С одной грядки собрали 4 одинаковых ящика огурцов, а с другой — 3 таких же ящика. Всего собрали 70 кг огурцов. Сколько огурцов собрали с каждой грядки?»

Решение задачи можно записать в виде выражений:

$$70 : (4 + 3) \cdot 4$$

$$70 : (4 + 3) \cdot 3$$

Задачи на нахождение неизвестного по двум разностям.

При решении задач на пропорциональное деление, в содержание которых входят цена, количество и стоимость, приходилось сумму двух значений стоимости или сумму двух значений количества предметов распределять прямо пропорционально двум числам. Если в каждом из рассмотренных случаев заменить сумму двух значений стоимости и сумму двух количеств их разностью, можно получить четыре различных вида задач с пропорциональными величинами. Одним из данных в них будет разность двух значений какой-либо из указанных выше величин. Таким образом, мы получили задачи на нахождение неизвестного по двум разностям.

Покажем на конкретном примере взаимосвязь задач на пропорциональное деление и задач, имеющих в качестве одного из данных разность двух значений определенной пропорциональной величины.

Задача: «Купили 7 м шелка и 5 м шерстяной ткани по одинаковой цене. За всю ткань заплатили 360 рублей. Сколько денег заплатили за шелк и шерстяную ткань отдельно?»

В беседе выясняют, что в задаче известно, что требуется узнать, и записывают ее кратко:

7 м шелка	360 руб.	?
5 м шерст. ткани		?

Можно предложить начертить схему.

Решение записывают в виде выражений:

$$360 : (7 + 5) \cdot 7$$

$$360 : (7 + 5) \cdot 5$$

О т в е т: 210 руб. заплатили за 7 м шелка,

150 р. заплатили за 5 м шерстяной ткани.

Чтобы установить связь между условием задачи и способом решения, проводится анализ решения.

— Что обозначает число 360? (Сумму стоимостей двух различных групп предметов.)

— Что получаем в результате деления суммы стоимости на сумму количества предметов? (Цену.)

— Цену умножаем на число предметов, что получаем? (Стоимость.)

Из этой задачи под руководством учителя учащиеся составляют другую. Вместо знаков вопроса ставят полученные ответы, число 360 стирают, получают такую запись:

7 м шелка		210 р.
5 м шерст. ткани		150 р.

Выясняют, почему за 7 м шелка заплатили больше, чем за 5 м шерстяной ткани, и на сколько больше. Заносят данные в таблицу, преобразуя ее, получают:

7 м шелка	на 60 руб. больше	?
5 м шерст. ткани		?

По полученной краткой записи дети составляют задачу: «Купили 7 м шелка и 5 м шерстяной ткани по одинаковой цене. За шелк уплатили на 60 руб. больше, чем за шерстяную ткань. Сколько денег уплатили за шелк и шерстяную ткань отдельно?»

Решение записывают в виде выражений:

$$60 : (7 - 5) \cdot 7$$

$$60 : (7 - 5) \cdot 5$$

Выясняют, что обозначает каждое число в этих выражениях. Находят их значения и дают ответ на вопрос задачи.

Решение задач с пропорциональными величинами по системе Д.Б. Эльконина — В.В. Давыдова

При решении текстовых арифметических задач используется следующая классификация величин: по роду, по объекту, по способу задания.

1. **По роду.** Все величины могут быть разбиты на классы по принципу однородности, например: масса, длина, площадь и т.д.

2. **По объекту.** Все величины, характеризующие один и тот же объект, образуют один класс; признаки разных объектов относятся к разным классам. Обычно описания величин состоят из указания на род и объект. Например, фраза «длина классной доски» служит характеристикой величины, относящейся к роду длин, и характеризует классную доску как объект.

3. **По способу задания (описания).** Для анализа текстов задач важно разделение величин на известные и неизвестные, выяснение того, дано в тексте задачи числовое значение величин или нет.

Методика решения текстовых задач

Детей знакомят с классификацией величин и учат записывать в таблицы.

Рассмотрим этот процесс на примере такого задания:

«Разбей на группы тремя способами данные величины»

А — высота дерева М — площадь доски

В — 16 кг Н — 13 секунд

С — масса доски К — 26 м

Д — возраст дерева Т — длина веревки

Е — 25 см

Классификация величин по роду:

Длина	Масса	Время	Площадь
А, Е, К, Т	В, С	Д, Н	М

Классификация величин по объекту:

Дерево	Доска	Верёвка
А, Д	С, М	Т

Классификация величин по способу задания:

Известные	Неизвестные
В, Е, П, К	А, С, Д, М, Т

Критериями усвоения учебного материала являются умения учащихся:

- 1) строить прямоугольную таблицу для данного списка величин;
- 2) восстанавливать список величин по данной прямоугольной таблице.

Далее ученикам предлагается анализ текстов с величинами, но без вопросов.

Например: «Высота сосны 15 м, а берёзы 5 м. Дуб ниже сосны на 2 м.»

Составляется таблица:

Дерево	Высота
Сосна	15 м
Берёза	5 м
Дуб	ниже (<) на 2 м

Далее договариваются обозначать отношение между большей и меньшей величиной с помощью стрелки. Она всегда идет от мень-

шей величины к большей. Дети придумывают к тексту вопрос, чтобы превратить его в задачу. У них получается таблица:

Дерево	Высота
Сосна	15 м
Берёза	5 м
Дуб	?

на 2 м

Далее учащимся предлагаются задания вида:

- составить задачи с теми же объектами и величинами;
- построить к задаче таблицу и чертёж;
- составить задачу (задачи) по таблице:

	?
	?
	?
	35 штук

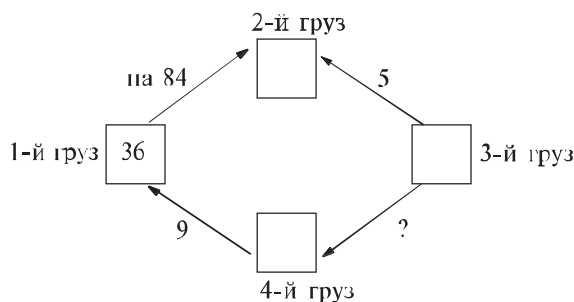
на 5 штук
на 8 штук

Аналогичная работа проводится с задачами на кратное сравнение.

В результате на данном этапе учащиеся должны уметь:

- 1) по готовой таблице записывать решение задачи, включающей 2—3 отношения;
- 2) строить таблицу к задаче, включающей 1—2 отношения.

В дальнейшем анализ и решение задач на разностное и кратное сравнение величин проводится с помощью схем. Они позволяют ребёнку наглядно и целостно представить большое количество отношений и оперировать с ними. Например: «Масса первого груза 36 г, второй груз тяжелее первого на 84 г, а третий легче второго в 5 раз. Четвёртый груз легче первого в 9 раз. Какой из грузов легче, третий или четвёртый? Во сколько раз?»



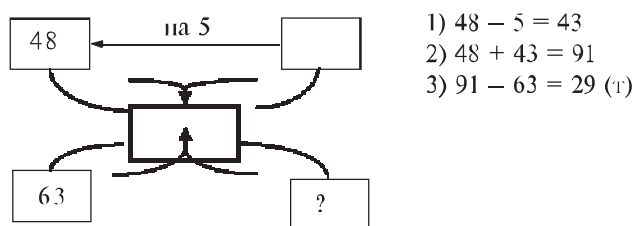
При составлении схемы неважно, как именно расположить клетки, допускается любая последовательность. Решая задачу, удобно результат каждого действия сразу заносить в схему.

Учащиеся должны уметь:

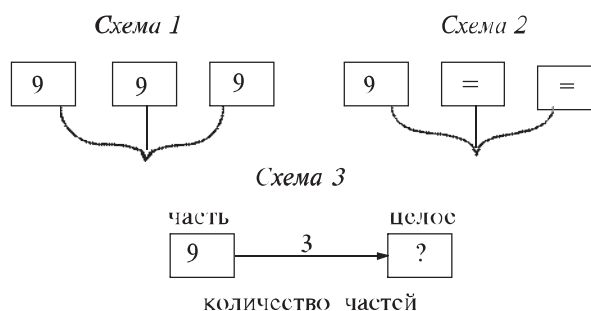
- 1) по готовой схеме записывать решение задачи, включающей 3—4 отношения;
- 2) построить схему к задаче, включающей 2—3 отношения.

Схемы активно используются и при решении задач, связанных с отношением целого и частей.

Например, к задаче: «В январе фабрика выпустила 48 т бумаги, а в феврале на 5 т меньше. Из всей этой бумаги 63 т было отправлено в типографию, а из остальной части изготовили школьные тетради. Сколько тонн бумаги пошло на школьные тетради?» — дети составляют схему, которая позволяет им найти решение.



Как особый случай рассматриваются задачи с величинами, в которых целое состоит из равных частей. «В буфет привезли 3 ящика с апельсинами, по 9 кг в каждом. Сколько килограммов апельсинов привезли в буфет?» В данном случае можно использовать несколько графических моделей.



В результате составления аналогичных схем к другим задачам дети приходят к выводу, что наиболее удобной для описания целого,

состоящего из равных частей, является схема, в которой указывается часть, целое и количество частей.

В разделе «Процесс, события, переменные величины» учащиеся на примере различных задач исследуют процессы *работы, движения и купли-продажи*. Они характеризуются двумя переменными величинами, которые договариваются обозначать S и T .

S	T
объём работы	время
путь	время
стоимость	объём покупки

В соответствии с *общей* формой схематизации анализ текстов на движение, работу и куплю-продажу организуется по следующему плану:

- 1) определяется, какой процесс;
- 2) выясняются характеристики этого процесса S и T ;
- 3) отмечаются события процесса;
- 4) вычерчивается таблица, в которой подписывается название строк и столбцов;
- 5) заполняется таблица.

На примере задачи: «На машину погрузили a кг свеклы в двух мешках, затем еще b кг свеклы в 5 мешках, а потом погрузили еще 4 мешка, в которых было c кг свеклы.» — учащиеся знакомятся с процессом составления целого из частей. Таблица к данной задаче имеет вид:

Кол-во	S масса (кг)	T кол-во (мешки)
I раз	a	2
II раз	b	5
I и II раз	$a + b$	7
III раз	c	4
II и III раз	$b + c$	9
Всего	$a + b + c$	11

Процесс «составление целого из частей» имеет две переменные характеристики — «целое» и «количество частей».

Методика решения текстовых задач

При изучении отношения прямой пропорциональности между величинами вводятся термины «хороший» и «плохой» процессы, что обозначает соответственно равномерный и неравномерный. Детям может быть предложено задание: «Назови процесс, который описан в таблицах. Отметь “хороший” или “плохой”».

S масса (кг)	T кол-во частей
12	4
24	8
72	24
60	20

«Хороший» процесс

S масса (кг)	T кол-во частей
12	4
24	16
72	32
60	24

«Плохой» процесс

Далее вводится понятие скорости процесса (V) (как производной величины). Она задает отношение между величинами S и T .

Это символически обозначается так: $\frac{S}{T} = V$

Учащимся предлагаются задания:

1) Сравни описанные в таблицах процессы по скорости; впиши знаки сравнения: $T_1 = T_2$, $S_1 \dots S_2$, $V_1 \dots V_2$

S_1 (км)	T_1 (ч)
40	4
70	7
120	12

S_2 (км)	T_2 (ч)
33	3
77	7
110	10

2) Построй таблицы к задачам. Реши.

1. Рабочий до обеда за 3 часа изготовил 51 деталь, а после обеда за 4 часа 72 детали. Когда он работал быстрее до обеда или после? Характеристики процесса «работа»: S — объем выполненной работы, T — время, V — производительность труда.

II. Грузовой автомобиль прошел 280 км за 4 часа, а легковой 300 км за 5 часов. Какой автомобиль ехал быстрее, если оба двигались равномерно?

Характеристики процесса «движение»: S — путь, T — время, V — скорость.

III. На рынке покупатель купил у одного продавца 5 кг картофеля за 1640 рублей, а у другого 10 кг за 3100 рублей. У какого продавца картофель дороже?

Характеристики процесса «купля-продажа»: S — стоимость, T — количество товара, V — цена.

Анализируя описанные в таблицах процессы по скорости, учащиеся приходят к выводу, что скорость равномерного процесса — величина постоянная. Она показывает, сколько единиц S приходится на одну единицу T . Дети выводят формулы: $S = V \cdot T$, $V = S : T$, $T = S : V$.

В серии задач рассматриваются события из разных, но однотипных процессов, характеристики которых связаны отношениями равенства, разности и кратности. Они помещаются в одной таблице, поскольку имеют одни и те же признаки.

Так, для задачи: «Поезд прошел расстояние между городами за 3 часа со скоростью 50 км/ч. Сколько часов затратит велосипедист, чтобы проехать половину этого расстояния со скоростью 15 км/ч?» — дети составляют таблицу и затем находят решение.

	S (км)	T (час)	V (км/час)
Поезд	↑	3	50
Велосипедист	↓	?	15

В этом разделе детям предлагается много творческих заданий. Например, составить по таблице задачу и решить ее.

Таблица 1

	S (стульев)	T (дн.)	V (ст./дн.)
1 столяр	↑↑	6	10
2 столяр	↓↓	5	?

Таблица 2

S (□)	T (○)	V ()
↑	?	a
↓ На c	b	

Таблица 3

$S(\square)$	$T(\bigcirc)$	$V(\)$
$\uparrow$	$\downarrow$	$?$
4	на p	b

Внедрение рассматриваемого способа схематизации настойчиво подчеркивается в учебниках и учебных пособиях (10—13), и это вполне оправдано на начальном этапе освоения указанного подхода к решению текстовых задач. Однако нам представляется, что целесообразно его дальнейшее использование для вариативных подходов к решению одних и тех же задач. Это будет способствовать лучшему освоению универсальной формы схематизации, которая продолжает работать и в иных направлениях. Рассмотрим это на примере такой задачи: «Нужно перевезти 540 т угля на трех машинах. За сколько дней это можно сделать, если на каждую грузить 3 т и делать по 5 поездок в день?» В методическом плане возможен следующий способ решения:

«Имеем три разнотипных процесса:

I — распределение перевозимого груза по дням;

II — разбиение целого на равные части;

III — разделение дневного груза на машины или поездки.

В результате имеем три таблицы с «зацеплением».

1-й способ

S (поездки) целое	V (поездка/маш.) часть	T (маш.) кол. ч
	5	3

Количество
поездок всех
машин в день:
 $5 \cdot 3 = 15$ (поездок)

S (т) Целое	V (т/поезд.) часть	T (поезд.) кол. ч
	3	

Груз, перевозимый
в день:
 $3 \cdot 15 = 45$ (т)

S (т)	V (т/дн.)	T (дн.)
540		?

Кол-во дней:
 $540 : 45 = 12$ (дн.)

Мы предлагаем сопоставить этот способ со следующими:

2-й способ:

S (т)	V (т/маш.)	T (маш.) кол.
целое	часть	ч
	3	3

Масса угля, перевозимая тремя машинами за одну езду:

$$3 \cdot 3 = 9 \text{ (т)}$$

S (т)	V (т/поезд.)	T (поезд.) кол.
целое	часть	ч
	5	5

Масса угля, перевозимая в день тремя машинами:

$$9 \cdot 5 = 45 \text{ (т)}$$

S (т)	V (т/дн.)	T (дн.)
540		?

Кол-во дней:

$$540 : 45 = 12 \text{ (дн.)}$$

3-й способ:

S (т)	V (т/маш.)	T (маш.) кол. ч
целое		
540		3

Масса угля, перевозимого одной машиной:

$$540 : 3 = 180 \text{ (т)}$$

S (т)	V (т/поезд.)	T (поезд.)
	3	

Потребовалось бы одной машине:

$$180 : 3 = 60 \text{ (сзд.)}$$

S (сзд.)	V (поезд./дн.)	T (дн.)
	5	?

Кол-во дней:

$$60 : 5 = 12 \text{ (дн.)}$$

4-й способ:

S (т)	V (т/поезд.)	T (поезд.)
целое	часть	кол. ч.
	3	5

Груз, перевозимый одной машиной в день:

$$5 \cdot 3 = 15 \text{ (т)}$$

S (т)	V (т/дн.)	T (дн.)
540		

Кол-во дней, необходимых одной машине на перевозку всего груза:

$$540 : 15 = 36 \text{ (дн.)}$$

S (дн./маш.)	V кол-во маш.	T (дн./3 маш.)
	3	?

Кол-во дней:

$$36 : 3 = 12 \text{ (дн.)}$$

ВИДЫ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ С РЕШЕННОЙ ЗАДАЧЕЙ

В заключение перечислим виды дополнительной работы с решенной задачей:

1. Изменение условия так, чтобы задача решалась другим действием.
2. Постановка нового вопроса к уже решенной задаче; постановка всех возможных вопросов, ответы на которые можно найти по данному условию.
3. Сравнение содержания данной задачи и ее решения с содержанием и решением другой задачи.
4. Решение задачи другим способом или с помощью других средств — другим методом: графическим, алгебраическим.
5. Изменение числовых данных задачи так, чтобы появился новый способ решения или, наоборот, чтобы один из приемов стал невозможен.
6. Исследование решения. (Сколькими способами можно решить задачу? При каких условиях она не имела бы решения? Возможны ли другие методы решения?)
7. Обоснование правильности решения (проверка решения задачи любым из известных способов).

Обобщая рекомендации, изложенные в данном пособии, можно также выделить типы работ с текстовыми задачами, не включающие в себя явное или полное решение:

1. Установление соответствия между содержанием задачи и схематическим рисунком (чертежом, таблицей).
2. Выбор среди задач той, которая соответствует данному рисунку (краткой записи, схеме).
3. Выбор среди нескольких рисунков (схем) того (той), который (которая) соответствует данной задаче.
4. Нахождение ошибок в данном рисунке (чертеже).
5. Выбор среди данных задач задачи определенного вида.
6. Классификация задач по действиям, с помощью которых они могут быть решены.
7. Выбор задач, ответ на вопрос которых может быть найден заданной последовательностью действий.
8. Выбор задач, при решении которых можно применить данные вычислительные приемы.
9. Выбор задач, с помощью которых можно учиться тем или иным приемам, помогающим решению (графическому, алгебраическому, табличному, арифметическому).

10. Определение числа арифметических способов, которыми может быть решена данная задача.

11. Обнаружение ошибок в решении задачи.

12. Определение смысла выражений, составленных из чисел, имеющих в тексте.

13. Решение вспомогательной задачи перед решением основной.

14. Исключение из текста задачи лишних условий.

15. Дополнение содержания задачи недостающими данными.

16. Выбор тех задач, которые ученик может решить устно.

Применение в образовательном процессе форм работы с текстовой задачей, выделенных в данном методическом пособии, позволяет организовать интенсивную умственную деятельность ребенка. Интенсификация понимается не как ускоренное обучение, а как достаточное интеллектуальное напряжение, которое характеризуется включением всех психических процессов с целью усвоения сущности математических объектов, отношений между ними, их закономерностей, свойств и способов действий с ними.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аргинская И.И.* Математика 1 класс: пробный учебник. — М., 1992.
2. *Аргинская И.И.* Математика 2 класс: пробный учебник. — М., 1992.
3. *Аргинская И.И.* Математика 3 класс: пробный учебник. — М., 1992.
4. *Аргинская И.И., Дмитриева Н.Я., Полякова А.В., Романовская З.И.* Обучаем по системе Л.В. Занкова. Первый класс. — М., 1993.
5. *Артёмов А.К.* Формирование обобщённых умений решать задачи. // Начальная школа. — 1992. — № 2.
6. *Бантова М.А., Бельтюкова Г.В.* Методика преподавания математики в начальных классах: Учебное пособие /Под ред. М.А.Бантовой. — М., 1984.
7. *Бантова М.А.* Система вычислительных навыков // Начальная школа. — 1975. — № 10.
8. *Белошистая А.В.* Приемы формирования устных вычислительных умений в пределах 100 // Начальная школа. — 2001. — № 7.
9. *Галкина Р.С.* Таблица умножения достойная уважения // Начальная школа. 2002. — № 10.
10. *Гребенникова Н.А.* Ознакомление первоклассников с задачей. // Начальная школа. — 1990. — № 10.
11. *Давыдов В.В., Горбов С.Д., Микулина Г.Г., Савельева О.В.* Математика. 1 класс: учебник — тетрадь. — М., 1994.
12. *Давыдов В.В., Горбов С.Д., Микулина Г.Г., Савельева О.В.* Обучение математике. 1 класс. — М., 1994.
13. *Давыдов В.В., Горбов С.Д., Микулина Г.Г., Савельева О.В., Табачникова Н.Л.* Математика, 3 класс 1-е полугодие. — М., 1996.
14. *Давыдов В.В., Горбов С.Д., Микулина Г.Г., Савельева О.В., Табачникова Н.Л.* Математика, 3 класс 2-е полугодие. — М., 1996.
15. *Давыдов В.В., Горбов С.Д., Микулина Г.Г., Савельева О.В., Табачникова Н.Л.* Обучение математике, 3 класс: Методическое пособие для учителей трёхлетней начальной школы. — М., 1996.
16. *Давыдов В.В., Горбов С.Д., Микулина Г.Г., Савельева О.В., Табачникова Н.Л.* Обучение математике, 3 класс 2-е полугодие: Методическое пособие для учителей трёхлетней начальной школы. — М., 1996.
17. *Демирова Т.Е., Тонких А.П.* Приемы рациональных вычислений в начальном курсе математики. // Начальная школа. — 2002. — № 2.
18. *Еремеева О.О.* Один из приёмов поиска решения задач. // Начальная школа. — 1994. — № 4.
19. *Истомина Н.Б., Нефёдова И.Б.* Математика, 1 класс: экспериментальный учебник. — М., 1995.
20. *Истомина Н.Б.* Методические рекомендации к учебнику «Математика, 1 класс». — М., 1995.

21. *Истомина П.Б., Пефёдова И.Б.* Математика, 2 класс: экспериментальный учебник. — М., 1995.
22. *Истомина П.Б.* Методические рекомендации к учебнику «Математика, 2 класс». — М., 1995.
23. *Истомина Н.Б.* Обучение решению задач. // Начальная школа. — 1985. — № 1.
24. *Истомина Н.Б.* Работа над составной задачей. // Начальная школа. — 1988. — № 2.
25. *Истомина Н.Б., Шикова Р.Н.* Формирование умения решать задачи разными способами. // Начальная школа. — 1985. — № 9.
26. *Истомина Н.Б.* Методика обучения математике в начальных классах. — М., 1997.
27. *Кирчуева Ф.Х.* Работа над математическими понятиями. // Начальная школа. 2001. — № 6.
28. *Клецкина А.А.* Формирование навыков табличного умножения. // Начальная школа. — 2001. — № 9.
29. *Метельский Н.В.* Психолого-педагогические основы дидактики математики. — Минск, 1977.
30. *Пикитина М.П.* Учимся выполнять действия с числами. // Начальная школа. 2001. — № 8.
31. *Петерсон Л.Г.* Математика, 1 класс. — М., 1994.
32. *Пиядин П.С.* Формирование вычислительных умений и навыков 1 класс // Начальная школа. — 1990. — № 10.
33. *Пиядин Н.С.* Новое в математике начальных классов. // Начальная школа. — 1994. — № 10.
34. Программы обучения по системе академика Л.В. Занкова. 1—3 классы. — М., 1993.
35. Программы обучения по системе Д.Б. Эльконина — В.В. Давыдова. 1—3 классы. — М., 1993.
36. *Рассудовская М.М., Грань Т.Н.* Организация учебной деятельности учащихся при решении текстовых задач // Начальная школа. — 1992. — № 5—6.
37. *Ройтман П.Б.* Повышение вычислительной культуры учащихся. Пособие для учителей. — М., 1990.
38. *Рудакова Е.А., Царёва С.Е.* Разбор задачи с использованием графических схем. // Начальная школа. — 1992. — № 11—12.
39. *Свечишков А.А.* Решение математических задач в 1—3 классах. Пособие для учителя. — М., 1976.
40. *Скаткин Л.Н., Жикалкина Т.К.* Обучение решению задач с пропорциональными величинами. — М., 1979.
41. *Туркина В.М.* Математические квадраты как средство развития умения вычислять и рассуждать // Начальная школа. — 2001. — № 9.
42. *Ушинский К.Д.* Собрание сочинений. Т. 10. — М., 1950.
43. *Фонин Д.С., Целищева И.И.* Моделирование как важное средство обучения решению задач. // Начальная школа. — 1990. — № 3.

Литература

44. Фридман Л.М. Наглядность и моделирование в обучении. — М., 1984.
45. Царёва С.Е. Один из способов проверки решения задач. // Начальная школа. — 1988. — № 2.
46. Царёва С.Е. Приёмы первичного анализа задачи // Начальная школа. — 1985. — № 9.
47. Царёва С.Е. Проверка решения задачи и формирование самоконтроля учащихся // Начальная школа. — 1984. — № 2.
48. Целищева И.И. Моделирование как важное средство решения текстовых задач. В помощь учителям 1—6 классов. — Иваново, 1993.
49. Целищева И.И. Метод моделирования в решении текстовых задач. В помощь учителям 1—4 классов. — Иваново, 1994.
50. Шикова Р.П. Способы разбора текстовых задач // Начальная школа. — 1986. — № 12.